

বিষয়ঃ স্ট্রাকচারাল মেকানিক্স বিষয় কোডঃ ২৬৪৩১

৩য় পর্ব সিভিল টেকনোলজি, ২০২২ প্রবিধান

উপস্থাপনায়

সাবিনা শাহনাজ
ইঞ্জিনিয়ার স্টেপ(সিভিল)
ময়মনসিংহ পলিটেকনিক ইনস্টিটিউট

মোঃ আরিফ
খন্ডকালীন শিক্ষক(সিভিল)
ময়মনসিংহ পলিটেকনিক ইনস্টিটিউট

অধ্যায়-১ : পদার্থের যান্ত্রিক গুণাগুণ

আলোচ্য বিষয়সমূহ

- ❖ পদার্থের যান্ত্রিক ধর্ম
- ❖ পীড়ন-বিকৃতি
- ❖ পীড়ন-বিকৃতি ডায়াগ্রাম
- ❖ কতিপয় সংজ্ঞা : সমানুপাতিক সীমা, স্থিতিস্থাপক সীমা, নতি বা সর্বোচ্চ বিন্দু, কার্যকরী পীড়ন, অনুমোদিত পীড়ন
- ❖ পীড়ন-বিকৃতি সম্পর্কিত সমস্যার সমাধান
- ❖ যৌগিক দন্ডের পীড়ন

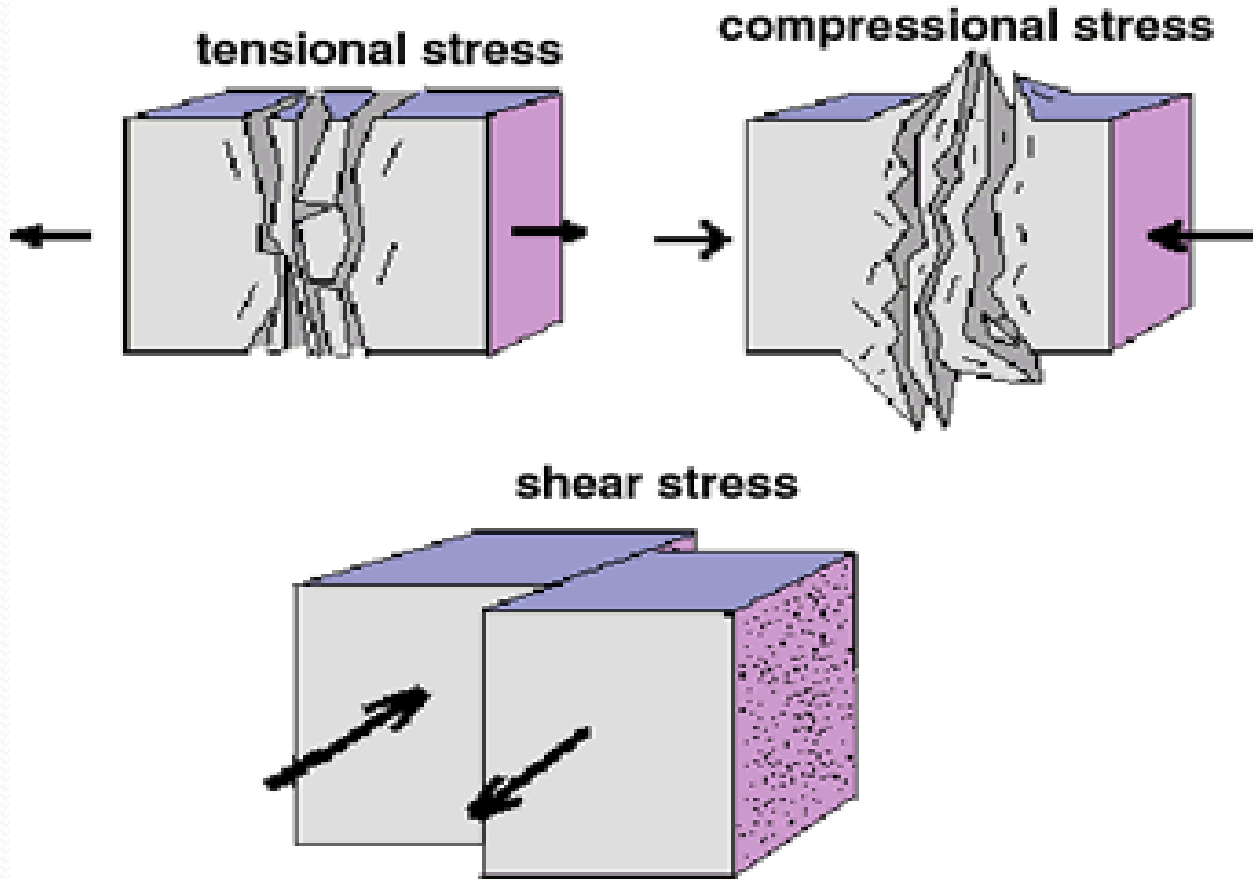
পীড়ন (Stress)

- ❖ প্রতি একক ক্ষেত্রফলের উপর যে পরিমান প্রতিক্রিয়া বল ক্রিয়া করে তাকে পীড়ন বলে ।
- ❖ এককথায়, পীড়ন = বল/ক্ষেত্রফল
- ❖ পীড়নকে s দ্বারা প্রকাশ করা হয় এবং এর একক kg/cm^2
- ❖ **প্রকারভেদ :** পীড়ন তিন প্রকার
 - টান বা প্রসারণ পীড়ন
 - চাপ বা সংকোচন পীড়ন
 - শিয়ার পীড়ন

পীড়ন (Stress)

- ❖ **টান পীড়ন (Tensional Stress)** : টানা বলের কারণে একক ক্ষেত্রফলের উপর যে পীড়নের সৃষ্টি হয় তাকে টান পীড়ন বলে। টান পীড়নকে s_t দ্বারা প্রকাশ করা হয়।
- ❖ **চাপ পীড়ন (Compressional Stress)** : চাপা বলের কারণে একক ক্ষেত্রফলের উপর যে পীড়নের সৃষ্টি হয় তাকে চাপ পীড়ন বলে। চাপ পীড়নকে s_c দ্বারা প্রকাশ করা হয়।
- ❖ **শেয়ার পীড়ন (Shearing Stress)** : কোন বস্তুর উপর দুটি সমান ও বিপরীতমুখী বল স্পর্শক অবস্থায় ত্রিয়াকরে বস্তুর অভ্যন্তরে একক ক্ষেত্রফলের উপর যে প্রতিক্রিয়া বলের সৃষ্টি করে তাকে শেয়ার পীড়ন বলে। শেয়ার পীড়নকে s_s দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

পীড়ন (Stress)

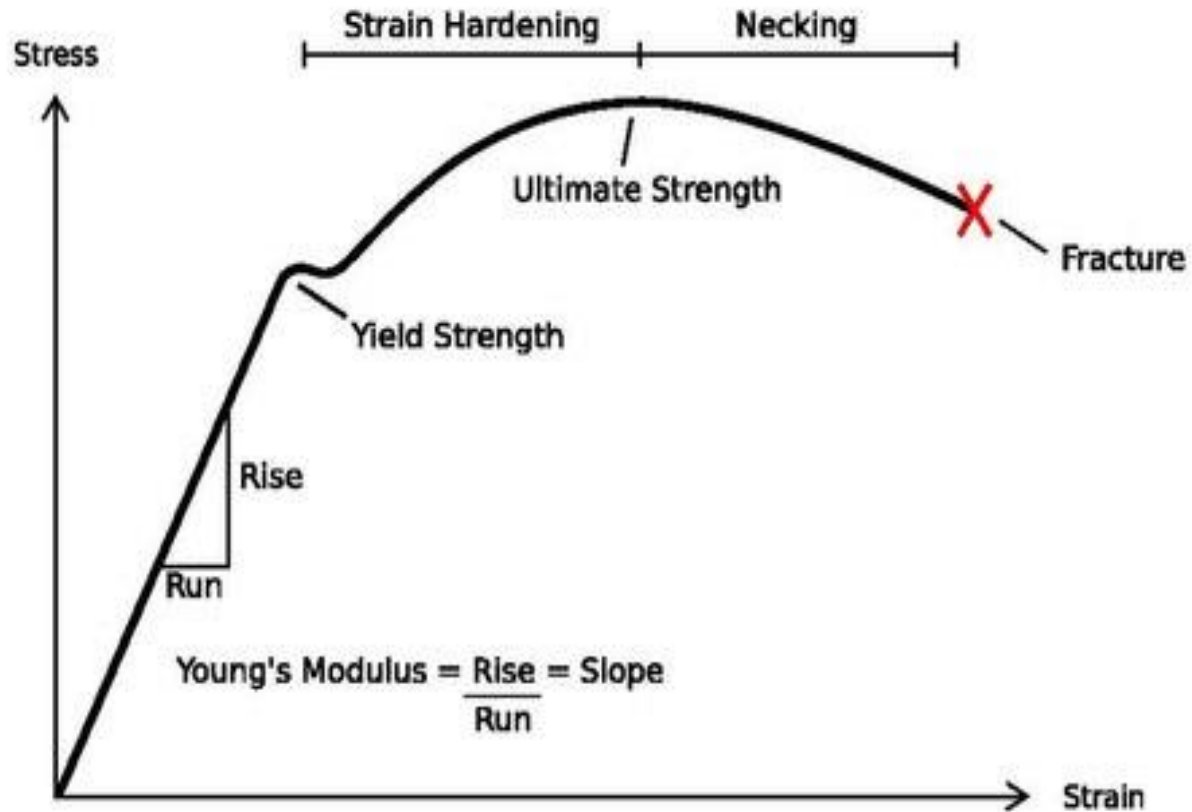


বিকৃতি (Strain)

- ❖ কোন বস্তুর আকৃতির একক পরিবর্তনকে বিকৃতি বলে।
- ❖ **প্রকারভেদ :** বিকৃতি তিন প্রকার
 - টান বিকৃতি
 - চাপ বিকৃতি
 - শেয়ার বিকৃতি

- ❖ **হকের সূত্র** : স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে কোন পদার্থের পীড়ন তার বিকৃতির সমানুপাতিক ।
- ❖ **স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক বা মডুলাস অব ইলাস্টিসিটি** : পীড়ন ও বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব সংখ্যা । এই ধ্রুবককেই স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক বলে ।
- ❖ **স্থিতিস্থাপক সীমা** : যে সর্বোচ্চ লোড প্রয়োগ করলে বস্তুটি পূর্বের অবস্থায় ফিরে আসে, সেই সর্বোচ্চ লোড দ্বারা সৃষ্টি হওয়া পীড়নকে স্থিতিস্থাপক সীমা বলে ।
- ❖ **সমানুপাতিক সীমা** : যে সর্বোচ্চ সীমা পর্যন্ত পীড়ন ও বিকৃতি পরস্পর সমানুপাতিক হয়, সেই সীমাকে সমানুপাতিক সীমা বলে ।
- ❖ **নতি বা সর্বোচ্চ বিন্দু** : যদি পীড়নের মান বৃদ্ধি ছাড়াই বিকৃতি ঘটে, সে পীড়নকে নতি বিন্দু বা ইন্ড পয়েন্ট বলে ।

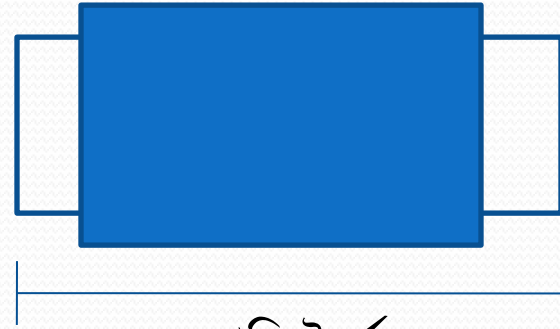
স্টিলের পীড়ন- বিকৃতির ডায়াগ্রাম



- ❖ **নিরাপদ সহগ** : কোন পদার্থের অনুমোদিত পীড়ন ও সর্বোচ্চ পীড়নের অনুপাতকে নিরাপদ সহগ বলে।
- ❖ **দৈর্ঘ্য বিকৃতি ও প্বার্শ বিকৃতি** : দৈর্ঘ্য পরিবর্তন ও আদি দৈর্ঘ্যের অনুপাতকে দৈর্ঘ্য বিকৃতি এবং প্বার্শ মাপের পরিবর্তন ও আদি প্বার্শ মাপের অনুপাতকে প্বার্শ বিকৃতি বলে।



আদি দৈর্ঘ্য

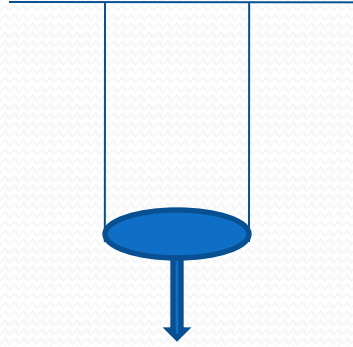


আদি দৈর্ঘ্য

- ❖ **পয়শনের অনুপাত** : স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে কোন বস্তুর প্বার্শ বিকৃতি ও দৈর্ঘ্য বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব সংখ্যা। একে পয়শনের অনুপাত বলে।

পীড়ন-বিকৃতি সম্পর্কিত সমস্যাবলি

- ❖ উদাহরণ-১। খাড়াভাবে ঝুলানো 5 cm ব্যাস বিশিষ্ট ইস্পাত দণ্ড 2000 kg ওজন বহন করলে এতে পীড়নের মান কত হবে? এটি কি ধরনের পীড়ন?



আমরা জানি,

$$S = \frac{P}{A}$$

$$\Rightarrow S = \frac{2000}{19.63}$$

$$S = 101.88 \text{ kg/cm}^2$$

এটি টান পীড়ন

দেওয়া আছে,

$$P = 2000 \text{ kg}$$

$$d = 5 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} A &= \pi \times d^2 / 4 \\ &= \pi \times 5^2 / 4 \\ &= 19.63 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

পীড়ন-বিকৃতি সম্পর্কিত সমস্যাগুলি

- ❖ উদাহরণ-২। ইস্পাতের সর্বোচ্চ শিয়ার পীড়ন 3000 কেজি/সেমি^২ হলে 10 মিমি. পুরু ইস্পাতের পাত 20 মিমি. ব্যাসের পাঞ্চের সাহায্যে ছিদ্র করতে কী পরিমাণ বল লাগবে? পাঞ্চের উপর চাপা পীড়ন কত হবে?

আমরা জানি,

$$S_s = \frac{P}{A}$$

$$\Rightarrow P = S_s \times A$$

$$\Rightarrow P = 3000 \times 6.28$$

$$P = 18840 \text{ kg}$$

আবার, পাঞ্চের মুখের ক্ষেত্রফল, $A = \pi \times d^2/4$
 $= 3.14 \text{ cm}^2$

$$S_c = \frac{P}{A} = \frac{18840}{3.14}$$

$$= 6000 \text{ kg/cm}^2$$

দেওয়া আছে,

$$S_s = 3000 \text{ kg/cm}^2$$

$$t = 10 \text{ mm} = 1 \text{ cm}$$

$$d = 20 \text{ mm} = 2 \text{ cm}$$

$$P = ?$$

$$S_c = ?$$

$$A = \pi \times d \times t$$

$$= \pi \times 2 \times 1$$

$$= 6.28 \text{ cm}^2$$

পীড়ন-বিকৃতি সম্পর্কিত সমস্যাবলি

- ❖ স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক বা মডুলাস অব ইলাস্টিসিটি কে E দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

$$E = \frac{\frac{P}{A}}{\frac{\Delta}{L}} = \frac{PL}{A\Delta}$$

$$\Delta = \frac{PL}{AE}$$

এখানে,

Δ = পরিবর্তিত দৈর্ঘ্য

P = বল

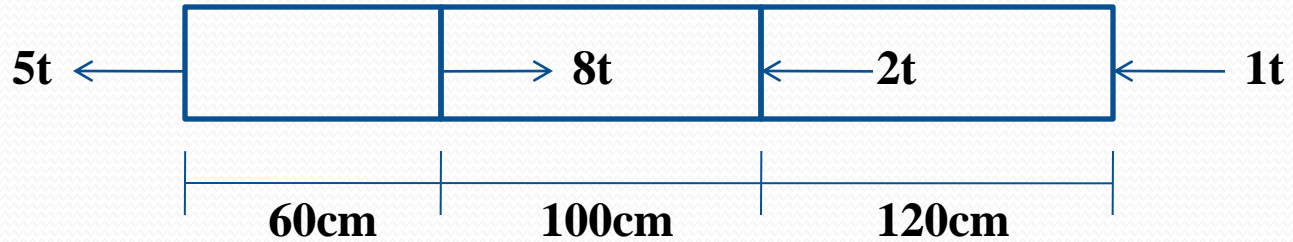
L = আদি দৈর্ঘ্য

A = ক্ষেত্রফল

E = স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক

পীড়ন-বিকৃতি সম্পর্কিত সমস্যাগুলি

- ❖ উদাহরণ-৩। চিত্রের দণ্ডটির মোট বিকৃতির পরিমাণ নির্ণয় কর। দণ্ডটির ক্ষেত্রফল 10 cm^2 এবং স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক $E = 0.8 \times 10^3 \text{ ton/cm}^2$.



পীড়ন-বিকৃতি সম্পর্কিত সমস্যাগুলি

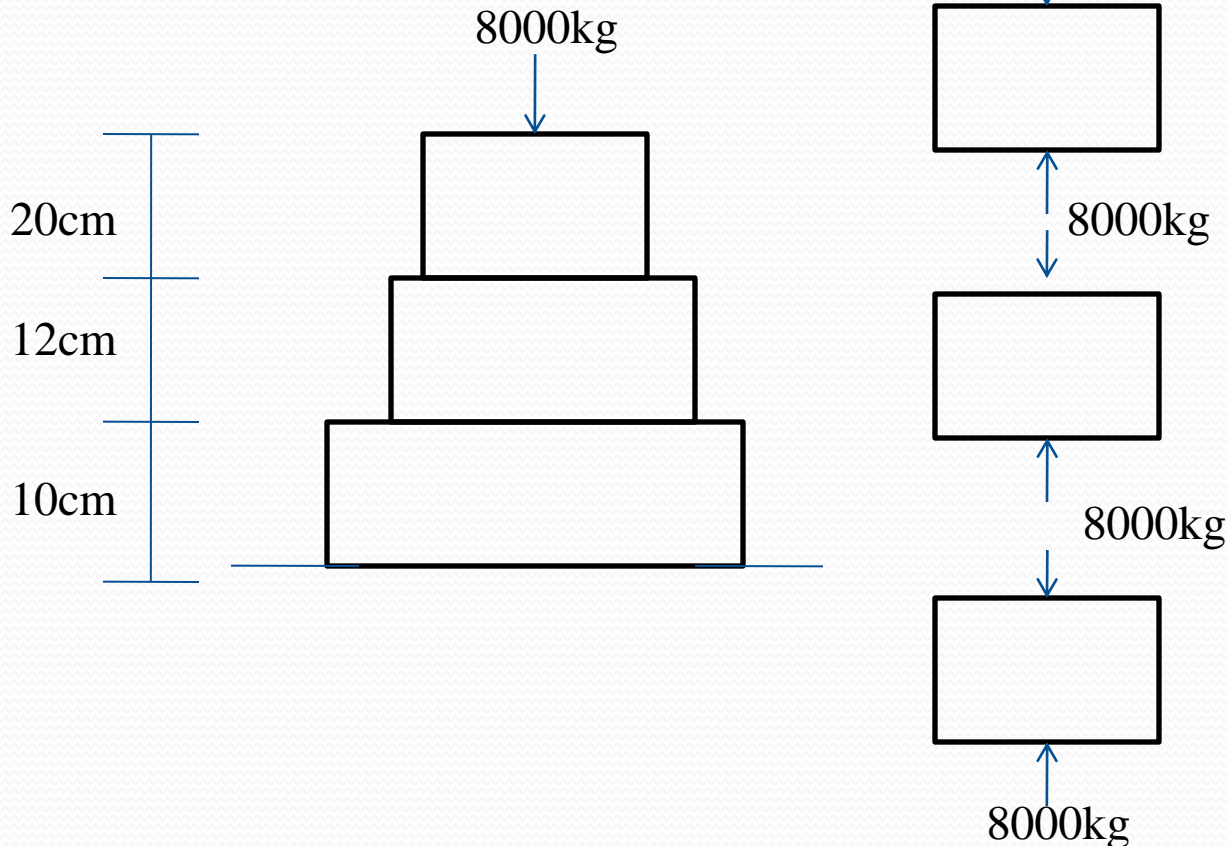
মোট বিকৃতি, $\Delta = \frac{P_1 L_1}{AE} - \frac{P_2 L_2}{AE} - \frac{P_3 L_3}{AE}$

$$= \frac{1}{AE} (P_1 L_1 - P_2 L_2 - P_3 L_3)$$
$$= \frac{1}{10 \times 0.8 \times 10^3} (5 \times 60 - 3 \times 100 - 1 \times 120)$$

$= -0.015 \text{ cm}$ [(-)Ve চিহ্ন নির্দেশ করে দৈর্ঘ্য কমবে]

পীড়ন-বিকৃতি সম্পর্কিত সমস্যাগুলি

- ❖ উদাহরণ-৪। চিত্রে প্রদর্শিত 2cm, 4cm ও 8cm ব্যাসের একটি খাড়া দণ্ডের উপর 8000kg চাপা বল প্রয়োগ করলে মোট দৈর্ঘ্য হ্রাসের পরিমাণ নির্ণয় কর। $E = 2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$.



পীড়ন-বিকৃতি সম্পর্কিত সমস্যাগুলি

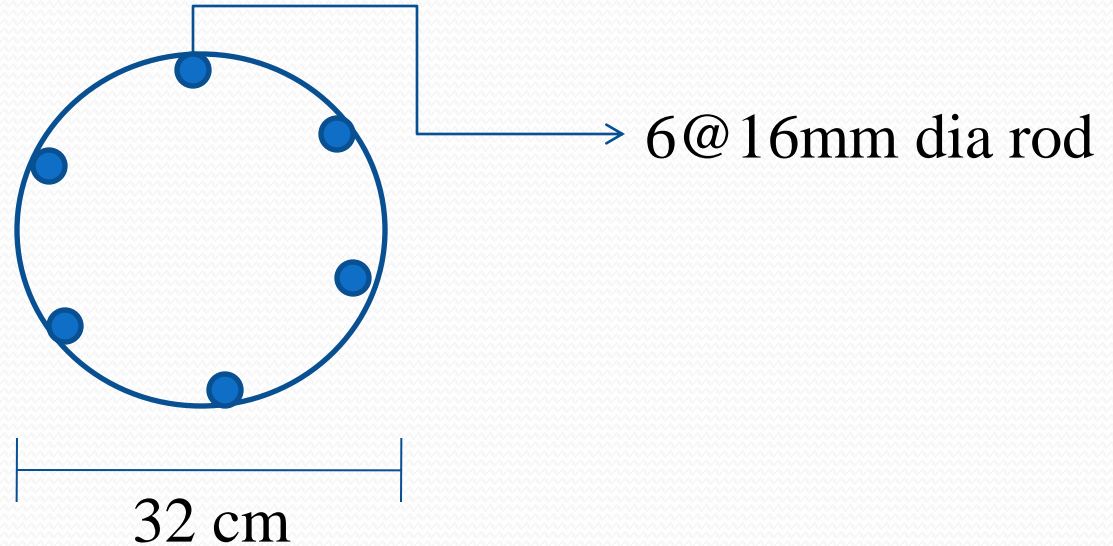
মোট বিকৃতি, $\Delta = -\frac{PL_1}{A_1E} - \frac{PL_2}{A_2E} - \frac{PL_3}{A_3E}$

$$= \frac{P}{E} \left[-\frac{L_1}{A_1} - \frac{L_2}{A_2} - \frac{L_3}{A_3} \right]$$
$$= -\frac{8000}{2 \times 10^6} \left[\frac{20}{\frac{\pi}{4} \times d_1^2} + \frac{12}{\frac{\pi}{4} \times d_2^2} + \frac{10}{\frac{\pi}{4} \times d_3^2} \right]$$
$$= -\frac{8000 \times 4}{2 \times 10^6 \times \pi} \left(\frac{20}{2^2} + \frac{12}{4^2} + \frac{10}{8^2} \right)$$

$= -0.030 \text{ cm}$ [(-)Ve চিহ্ন নির্দেশ করে দৈর্ঘ্য কমবে]

যৌগিক দণ্ডের পীড়ন সম্পর্কিত সমস্যাবলি

- ❖ উদাহরণ-৫। একটি বৃত্তাকার R.C.C কলামের ব্যাস 32cm এবং কলামের ভেতর 6 টি 16mm ব্যাসের স্টিল রড আছে। কলামটির উপর P লোড প্রয়োগ করলে কংক্রিটে 66 kg/cm^2 পীড়ন উৎপন্ন হয়। স্টিল রডে উৎপন্ন পীড়নের পরিমাণ এবং আরোপিত লোড P এর মান নির্ণয় কর, যখন $E_s = 2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ ও $E_c = 1.3 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$



যৌগিক দণ্ডের পীড়ন সম্পর্কিত সমস্যাগুলি

আমরা জানি,
কংক্রিট এবং স্টিলের বিকৃতি সমান হলে,

$$\frac{S_S}{S_C} = \frac{E_S}{E_C}$$

$$\frac{S_S}{66} = \frac{2 \times 10^6}{1.3 \times 10^5}$$

$$S_S = 1015.38 \text{ kg/cm}^2$$

দেওয়া আছে,

$$S_C = 66 \text{ kg/cm}^2$$

$$E_S = 2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$$

$$E_C = 1.3 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$$

$$A_g = \pi \times 32^2 / 4 = 804.25 \text{ cm}^2$$

$$A_S = 6 \times \pi \times 1.6^2 / 4 = 12.06 \text{ cm}^2$$

$$A_C = 804.25 - 12.06 \\ = 792.19 \text{ cm}^2$$

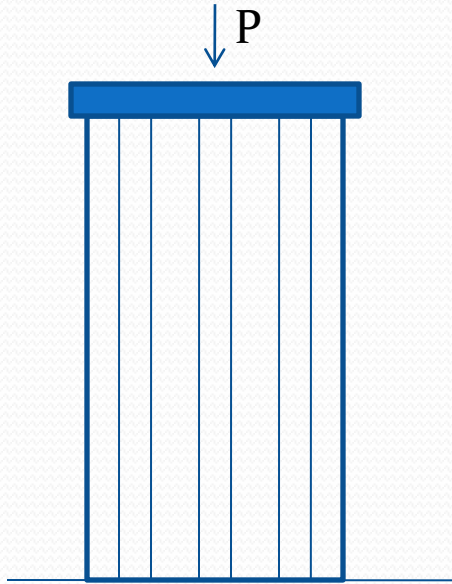
$$S_S = ?$$

$$P = ?$$

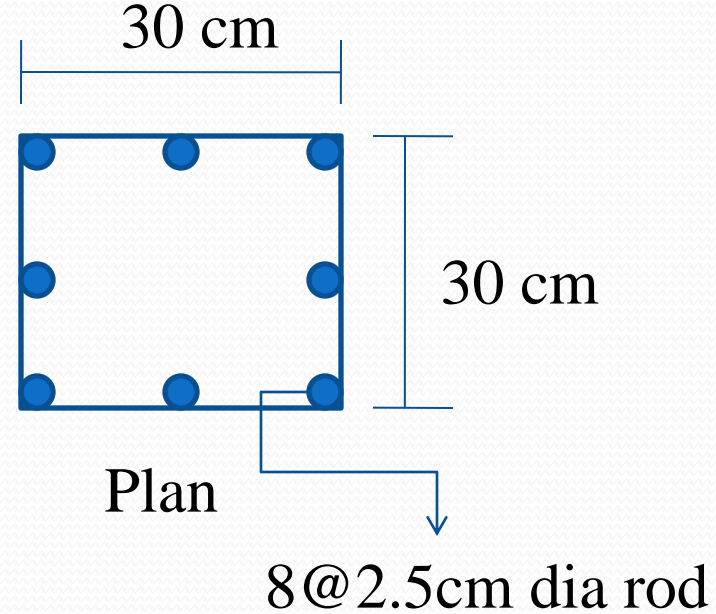
আবার, $P = P_S + P_C$
 $= S_S \times A_S + S_C \times A_C$
 $= 1015.38 \times 12.06 + 66 \times 792.19$
 $= 64530.02 \text{ kg}$

যৌগিক দন্ডের পীড়ন সম্পর্কিত সমস্যাগুলি

- ❖ উদাহরণ-৬। 30cm বর্গাকার একটি কংক্রিট কলামে চিত্রানুযায়ী 8 টি 2.5cm ব্যাসের স্টিল রড আছে। কলামটির উপর P লোড প্রয়োগ করলে কংক্রিটে 52.5 kg/cm^2 পীড়ন উৎপন্ন হয়। স্টিল রডে উৎপন্ন পীড়নের পরিমাণ এবং আরোপিত লোড P এর মান নির্ণয় কর। কলামের প্লটটি কংক্রিট এবং ইস্পাত দন্ডের উপর বসানো আছে, যার উপর P লোড প্রয়োগ করা হয়েছে। যখন $E_s = 2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ ও $E_c = 1.4 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$



Elevation



যৌগিক দন্ডের পীড়ন সম্পর্কিত সমস্যাগুলি

আমরা জানি,
কংক্রিট এবং স্টিলের বিকৃতি সমান হলে,

$$\frac{S_S}{S_C} = \frac{E_S}{E_C}$$
$$\frac{S_S}{52.5} = \frac{2 \times 10^6}{1.4 \times 10^5}$$
$$S_S = 750 \text{ kg/cm}^2$$

আবার, $P = P_S + P_C$

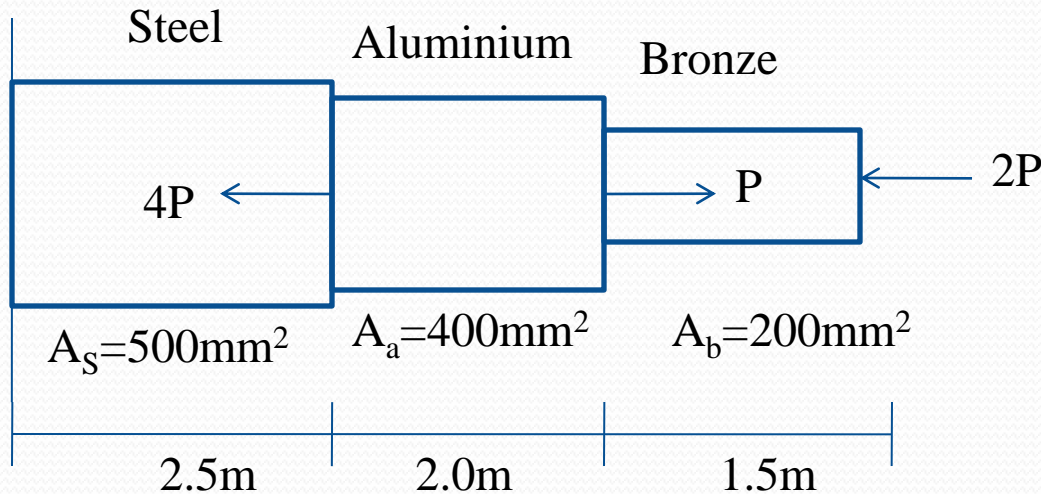
$$= S_S \times A_S + S_C \times A_C$$
$$= 750 \times 39.27 + 52.5 \times 860.73$$
$$= 74640.825 \text{ kg}$$

দেওয়া আছে,

$$S_C = 52.5 \text{ kg/cm}^2$$
$$E_S = 2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$$
$$E_C = 1.4 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$$
$$A_g = 30 \times 30 = 900 \text{ cm}^2$$
$$A_S = 8 \times \pi \times 2.5^2 / 4 = 39.27 \text{ cm}^2$$
$$A_C = 900 - 39.27$$
$$= 860.73 \text{ cm}^2$$
$$S_S = ?$$
$$P = ?$$

বাড়ির কাজ

- ❖ প্রশ্ন-১ : পীড়ন ও বিকৃতি বলতে কী বুঝ?
- ❖ প্রশ্ন-২ : হুকের সূত্রটি নোটেশন সহ লিখ।
- ❖ প্রশ্ন-৩ : পয়শনের অনুপাত বলতে কী বুঝ?
- ❖ প্রশ্ন-৪ : নমনীয় স্টিলের পীড়ন-বিকৃতি ডায়াগ্রাম অঙ্কন করে বিভিন্ন অংশ দেখাও।
- ❖ প্রশ্ন-৫ : ২cm ব্যাসের একটি ধাতব দণ্ডের প্রান্তে 4200kg লোড ঝুলিয়ে দেওয়া হলে দণ্ডটিতে কত পীড়ন উৎপন্ন হবে?
- ❖ প্রশ্ন-৬ : চিত্র হতে P এর সর্বোচ্চ মান নির্ণয় কর, যখন স্টিল 150MPa, অ্যালুমিনিয়াম 90MPa, এবং ব্রোঞ্জ এ 110MPa এর বেশি পীড়ন নিতে পারে না।



অধ্যায়-২ : বলের সূত্র (Laws of Force)

আজকের আলোচ্য বিষয়সমূহ

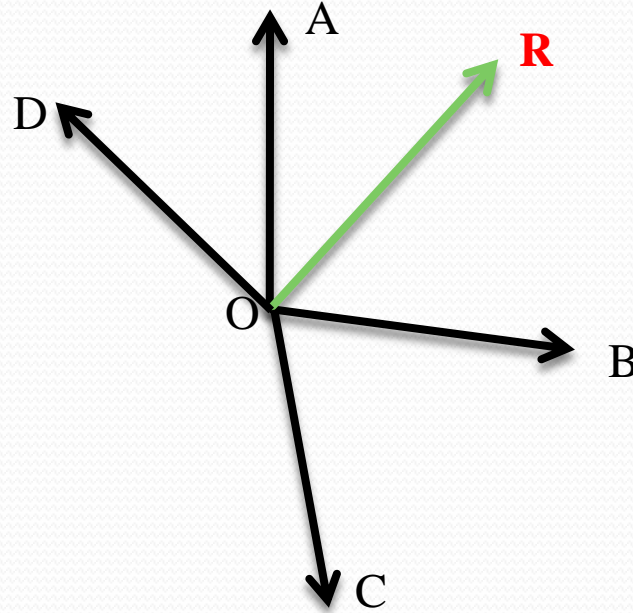
- ❖ বল
- ❖ লব্ধি বল এবং উপাংশ বল
- ❖ বলের ত্রিভুজ সূত্র
- ❖ বলের সামান্তরিক সূত্র
- ❖ বলের সামান্তরিক সূত্রের প্রতিপাদন
- ❖ বলের সামান্তরিক সূত্র সম্পর্কিত সমস্যাবলির সমাধান

বল (Force)

- ❖ যা স্থির বস্তুর উপর ক্রিয়া করে তাকে গতিশীল করে বা করতে চায় এবং কোন গতিশীল বস্তুর উপর ক্রিয়া করে তাকে স্থির করে বা করতে চায় তাকে বল বলে।
- ❖ বলের একক নিউটন (N) এবং বল একটি ভেক্টর রাশি।
- ❖ ভেক্টর রাশি : যে সকল রাশিকে সম্পূর্ণরূপে প্রকাশ করার জন্য মান ও দিক উভয়েরই প্রয়োজন হয়, তাকে ভেক্টর রাশি বলে।

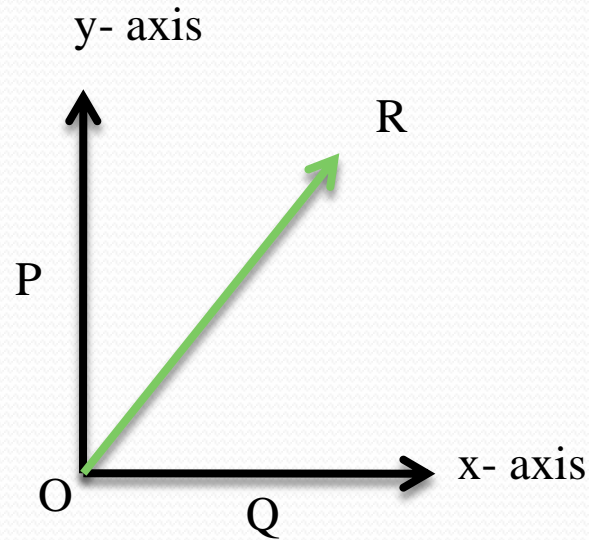
লব্ধি বল (Resultant Force)

- ❖ দুই বা ততোধিক বল যদি একই সময়ে একটি স্থির বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল হয় এবং যদি এমন একটি বল নির্ণয় করা যায়, যার ক্রিয়াফল ঐ বস্তুর উপর নির্দিষ্ট বলগুলির মিলিত ক্রিয়াফলের সমান, তাহলে ঐ একক বলকে দুই বা ততোধিক বলের লব্ধি বল বলে।



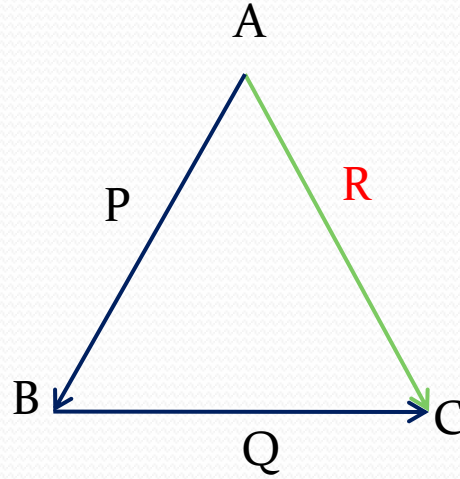
উপাংশ বল (Component Force)

❖ কোন বিন্দুতে ক্রিয়ারত কোন বলকে পরস্পর সমকোনে অবস্থিত দুটি অক্ষে বিভক্ত করলে তাদের প্রত্যেককে উপাংশ বল (Component Force) বলে।



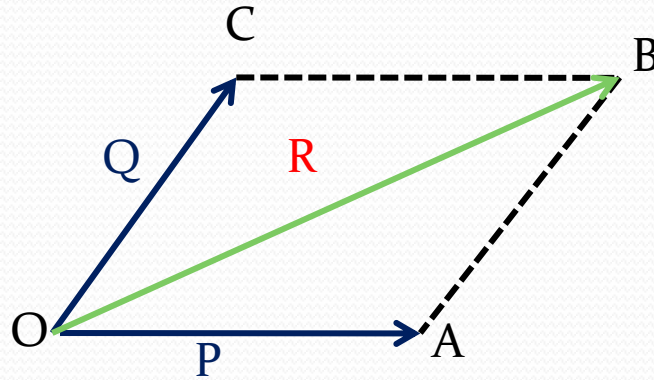
বলের ত্রিভুজ সূত্র

❖ একটি বিন্দুতে ক্রিয়াশীল দুটি বলের মান ও দিক কোন ত্রিভুজের একইক্রমে গৃহীত দুটি বাহু দ্বারা সূচিত হলে, এদের লঙ্কির মান ও দিক ঐ ত্রিভুজের বিপরীতক্রমে গৃহীত তৃতীয় বাহু দ্বারা সূচিত হবে। একে বলের ত্রিভুজ সূত্র বলে।

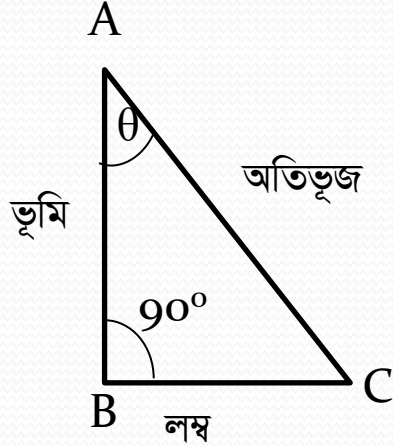


বলের সামান্তরিক সূত্র

❖ একই বিন্দুতে ক্রিয়াশীল দুটি বলের মান ও দিক যদি কোন বিন্দু হতে অংকিত একটি সামান্তরিকের দুটি সন্নিহিত বাহু দ্বারা প্রকাশ করা যায়, তবে ঐ বলদ্বয়ের লব্ধির মান ও দিক সামান্তরিকের ঐ বিন্দু হতে অংকিত কর্ণ দ্বারা প্রকাশ করা যাবে।



সমকোণী ত্রিভুজ

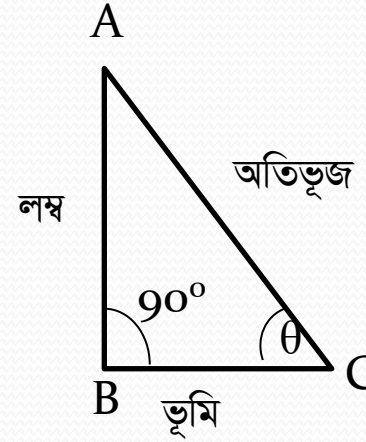


$$\sin\theta = \frac{BC}{AC}, \cos\theta = \frac{AB}{AC}, \tan\theta = \frac{BC}{AB}$$

$$\sin\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভূজ}}, \cos\theta = \frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভূজ}}, \tan\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}}$$

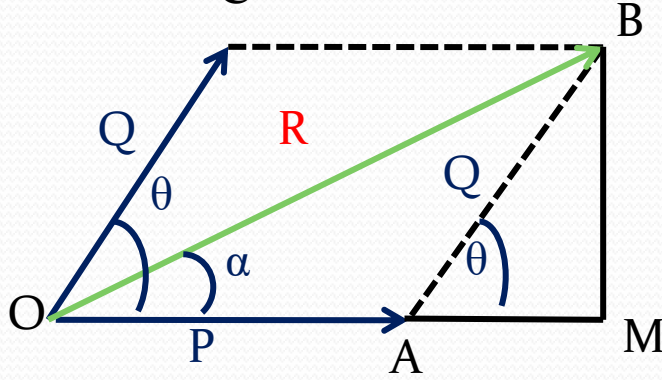
ছন্দ : অলস অভুক তুলট

পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে, $AC^2 = AB^2 + BC^2$



$$\sin\theta = \frac{AB}{AC}, \cos\theta = \frac{BC}{AC}, \tan\theta = \frac{AB}{BC}$$

বলের সামান্তরিক সূত্রের প্রতিপাদন



মনে করি, O বিন্দুতে P ও Q দুটি বল কাজ করছে। OA ও OC রেখা বল দুটির মান ও দিক নির্দেশ করছে। বলদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ θ । এখন বল দুটিকে সামান্তরিকের দুটি বাহু ধরে OABC সামান্তরিকটি অংকন করলে OB কর্ণ বলদ্বয়ের লব্ধির মান ও দিক নির্দেশ করবে। চিত্রে লব্ধির মানকে R দ্বারা সূচিত করা হয়েছে। লব্ধি বলটি P বলের সাথে α কোণ উৎপন্ন করে। এখন সামান্তরিকটির B বিন্দু হতে লম্ব আঁকি যা OA রেখার বর্ধিতাংশকে M বিন্দুতে ছেদ করে।

বলের সামান্তরিক সূত্রের প্রতিপাদন

চিত্র হতে পাই, $AB = OC = Q$, $\angle BAM = \theta$

এখন $\triangle ABM$ হতে পাই,

$$\sin\theta = \frac{BM}{AB}$$

$$\Rightarrow BM = AB \sin\theta$$

$$\therefore BM = Q \sin\theta$$

$$\cos\theta = \frac{AM}{AB}$$

$$\Rightarrow AM = AB \cos\theta$$

$$\therefore AM = Q \cos\theta$$

আবার, $\triangle OBM$ সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই,

$$OB^2 = OM^2 + BM^2$$

$$\Rightarrow OB^2 = (OA + AM)^2 + BM^2$$

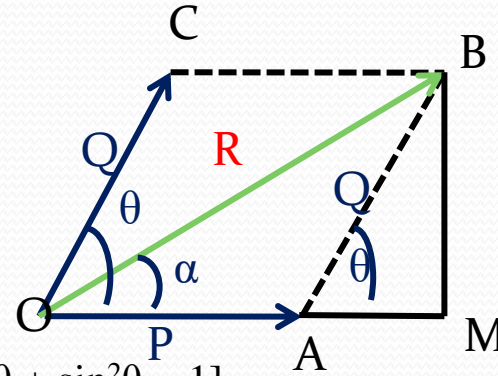
$$\Rightarrow R^2 = (P + Q \cos\theta)^2 + (Q \sin\theta)^2$$

$$\Rightarrow R^2 = P^2 + 2PQ \cos\theta + Q^2 \cos^2\theta + Q^2 \sin^2\theta$$

$$\Rightarrow R^2 = P^2 + 2PQ \cos\theta + Q^2 (\cos^2\theta + \sin^2\theta)$$

$$\Rightarrow R^2 = P^2 + 2PQ \cos\theta + Q^2$$

$$\therefore R =$$



$$[\because \cos^2\theta + \sin^2\theta = 1]$$

$$\sqrt{P^2 + 2PQ \cos\theta + Q^2}$$

বলের সামান্তরিক সূত্রের প্রতিপাদন

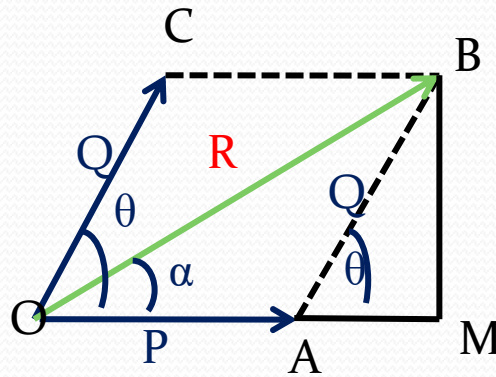
OBM সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই,

$$\tan \alpha = \frac{BM}{OM}$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{OM}{BM}$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{BM}{OA + AM}$$

$$\frac{Q \sin \theta}{P + Q \cos \theta}$$



বলের সামান্তরিক সূত্র সম্পর্কিত সমস্যার সমাধান

❖ সমস্যা-১ : 100kg ও 80kg মানের দুটি টানা বল একটি বিন্দুতে 60° কোণে ক্রিয়া করছে। সামান্তরিকের সূত্রের সাহায্যে বল দুটির লব্ধির মান ও দিক নির্ণয় কর।

আমরা জানি,

$$R = \sqrt{P^2 + 2PQ\cos\theta + Q^2}$$
$$\Rightarrow R = \sqrt{100^2 + 2 \times 100 \times 80 \cos 60^\circ + 80^2}$$
$$\therefore R = 156.20\text{kg}$$

আবার,

$$\tan\alpha = \frac{Q\sin\theta}{P+Q\cos\theta}$$
$$\Rightarrow \tan\alpha = \frac{80\sin 60^\circ}{100+80\cos 60^\circ}$$
$$\Rightarrow \tan\alpha = 0.495$$
$$\Rightarrow \alpha = \tan^{-1}(0.495)$$
$$\therefore \alpha = 26.34^\circ \text{ (অনুভূমিক এর সাথে)}$$

দেওয়া আছে,

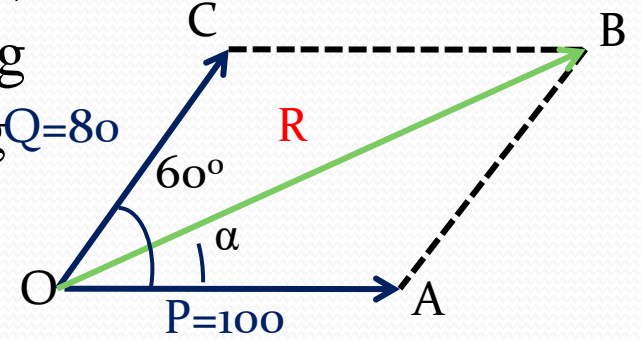
$$P = 100\text{kg}$$

$$Q = 80\text{kg}$$

$$\theta = 60^\circ$$

$$R = ?$$

$$\alpha = ?$$



বলের সামান্তরিক সূত্র সম্পর্কিত সমস্যার সমাধান

❖ সমস্যা-২ : 120° কোণে দুটি বল একটি বিন্দুতে দুটি বল একটি বিন্দুতে ক্রিয়ায়। বড় বলটি 80kg এবং লম্বি বল আবার দুটি বলের সাথে লম্বভাবে আনত হলে ছোট বলটির মান কত?

$$\tan \alpha = \frac{Q \sin 120^\circ}{80 + Q \cos 120^\circ}$$

$$\Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{0.866Q}{80 - 0.5Q}$$

$$\Rightarrow 0.577(80 - 0.5Q) = 0.866Q$$

$$\Rightarrow 46.16 - 0.2885Q = 0.866Q$$

$$\Rightarrow 0.866Q + 0.2885Q = 46.16$$

$$\Rightarrow 1.1545Q = 46.16$$

$$\Rightarrow Q = \frac{46.16}{1.1545}$$

$$\Rightarrow Q = 39.98\text{kg}$$

$$\therefore Q = 40\text{kg}$$

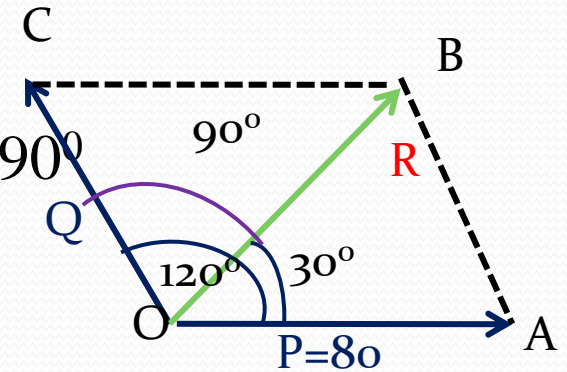
$$P = 80\text{kg}$$

$$\theta = 120^\circ$$

$$\alpha = 120^\circ - 90^\circ$$

$$= 30^\circ$$

$$Q = ?$$



বলের সামান্তরিক সূত্র সম্পর্কিত সমস্যার সমাধান

❖ সমস্যা-৩ : যদি P ও Q পরস্পর সমান হলে প্রমাণ কর, $R = 2P\cos\frac{\theta}{2}$, যখন θ হচ্ছে বল দুটির মধ্যবর্তী কোণ এবং R লব্ধি বল।

আমরা জানি, সামান্তরিক সূত্রানুসারে,

$$R = \sqrt{P^2 + 2P \times P \cos\theta + P^2}$$

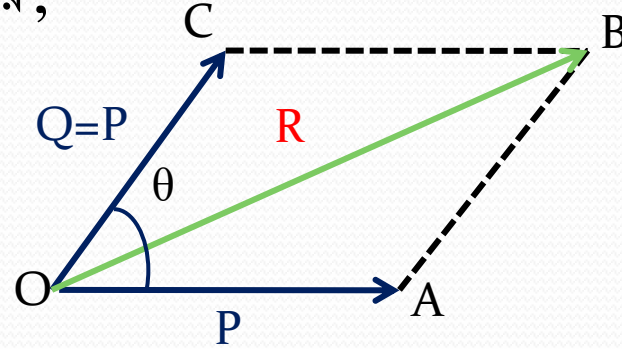
$$\Rightarrow R = \sqrt{2P^2 + 2P^2 \cos\theta}$$

$$\Rightarrow R = \sqrt{2P^2(1 + \cos\theta)}$$

$$\Rightarrow R = \sqrt{2P^2 \times 2 \cos^2 \frac{\theta}{2}}$$

$$\Rightarrow R = 2P \cos \frac{\theta}{2}$$

$$\therefore R = 2P \cos \frac{\theta}{2}$$



বাড়ির কাজ

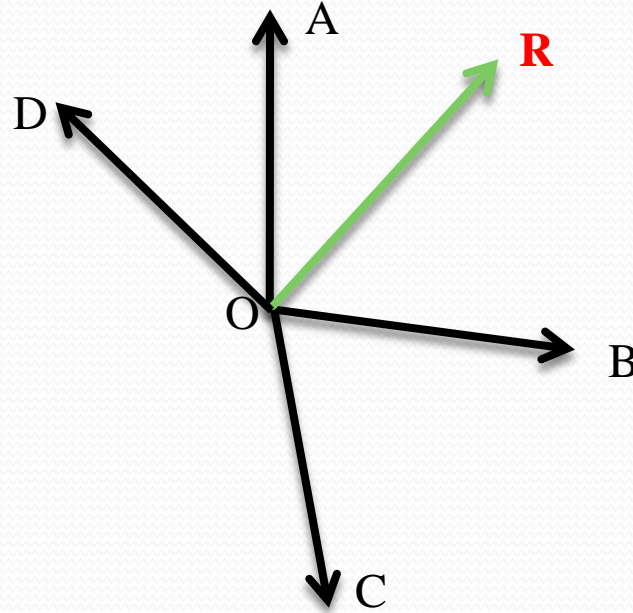
- ❖ প্রশ্ন-১ : লব্ধি বল বলতে কী বুঝ?
- ❖ প্রশ্ন-২ : বলের ত্রিভুজ সূত্রটি লেখ।
- ❖ প্রশ্ন-৪ : বলের সামান্তরিক সূত্রটি প্রতিপাদন কর।
- ❖ প্রশ্ন-৫ : : P ও Q মানের দুটি বল একটি বিন্দুতে পরস্পর 120° কোণে ক্রিয়া করে। লব্ধি $R = 140\text{kg}$ এবং $P = 110\text{kg}$ হলে Q বলের মান নির্ণয় কর।
- ❖ প্রশ্ন-৫ : একই বিন্দুতে 180° কোণে ক্রিয়ারত দুটি সমান সমান বলের লব্ধির মান কত?

বল (Force)

- ❖ যা স্থির বস্তুর উপর ক্রিয়া করে তাকে গতিশীল করে বা করতে চায় এবং কোন গতিশীল বস্তুর উপর ক্রিয়া করে তাকে স্থির করে বা করতে চায় তাকে বল বলে।
- ❖ বলের একক নিউটন (N) এবং বল একটি ভেক্টর রাশি।
- ❖ ভেক্টর রাশি : যে সকল রাশিকে সম্পূর্ণরূপে প্রকাশ করার জন্য মান ও দিক উভয়েরই প্রয়োজন হয়, তাকে ভেক্টর রাশি বলে।

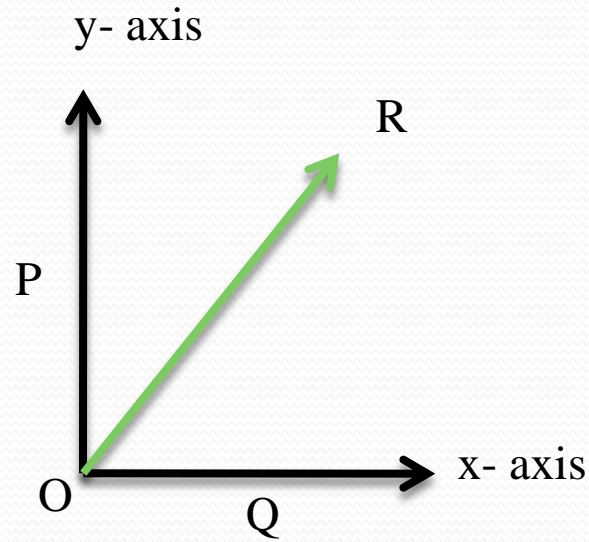
লব্ধি বল (Resultant Force)

- ❖ দুই বা ততোধিক বল যদি একই সময়ে একটি স্থির বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল হয় এবং যদি এমন একটি বল নির্ণয় করা যায়, যার ক্রিয়াফল ঐ বস্তুর উপর নির্দিষ্ট বলগুলির মিলিত ক্রিয়াফলের সমান, তাহলে ঐ একক বলকে দুই বা ততোধিক বলের লব্ধি বল বলে।



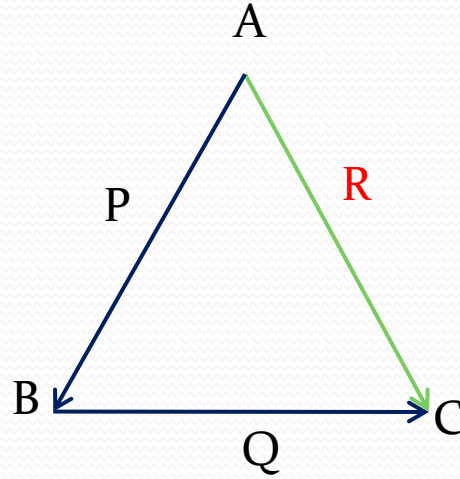
উপাংশ বল (Component Force)

❖ কোন বিন্দুতে ক্রিয়ারত কোন বলকে পরস্পর সমকোনে অবস্থিত দুটি অক্ষে বিভক্ত করলে তাদের প্রত্যেককে উপাংশ বল (Component Force) বলে।



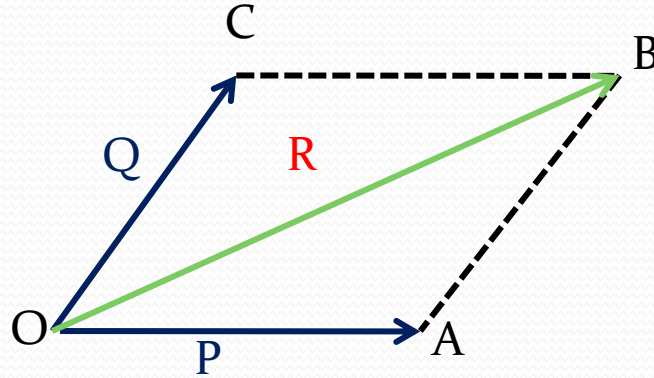
বলের ত্রিভুজ সূত্র

❖ একটি বিন্দুতে ক্রিয়াশীল দুটি বলের মান ও দিক কোন ত্রিভুজের একইক্রমে গৃহীত দুটি বাহু দ্বারা সূচিত হলে, এদের লঙ্কির মান ও দিক ঐ ত্রিভুজের বিপরীতক্রমে গৃহীত তৃতীয় বাহু দ্বারা সূচিত হবে। একে বলের ত্রিভুজ সূত্র বলে।

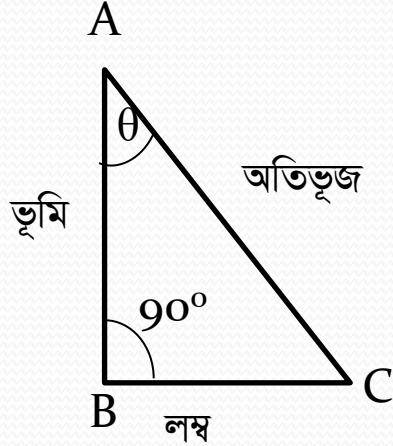


বলের সামান্তরিক সূত্র

❖ একই বিন্দুতে ক্রিয়াশীল দুটি বলের মান ও দিক যদি কোন বিন্দু হতে অংকিত একটি সামান্তরিকের দুটি সন্নিহিত বাহু দ্বারা প্রকাশ করা যায়, তবে ঐ বলদ্বয়ের লব্ধির মান ও দিক সামান্তরিকের ঐ বিন্দু হতে অংকিত কর্ণ দ্বারা প্রকাশ করা যাবে।



সমকোণী ত্রিভুজ

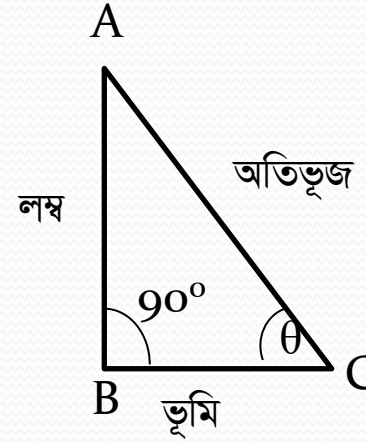


$$\sin\theta = \frac{BC}{AC}, \cos\theta = \frac{AB}{AC}, \tan\theta = \frac{BC}{AB}$$

$$\sin\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভূজ}}, \cos\theta = \frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভূজ}}, \tan\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}}$$

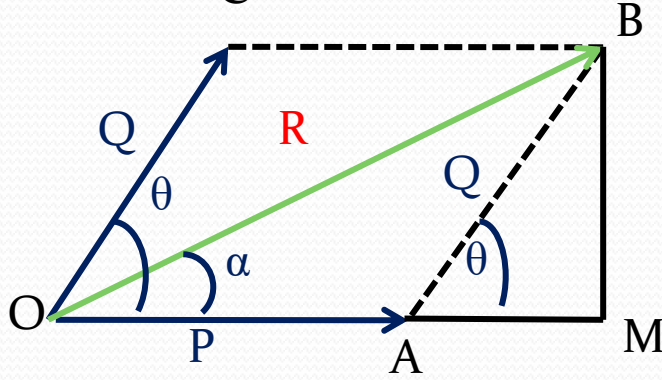
ছন্দ : অলস অভুক তুলট

পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে, $AC^2 = AB^2 + BC^2$



$$\sin\theta = \frac{AB}{AC}, \cos\theta = \frac{BC}{AC}, \tan\theta = \frac{AB}{BC}$$

বলের সামান্তরিক সূত্রের প্রতিপাদন



মনে করি, O বিন্দুতে P ও Q দুটি বল কাজ করছে। OA ও OC রেখা বল দুটির মান ও দিক নির্দেশ করছে। বলদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ θ । এখন বল দুটিকে সামান্তরিকের দুটি বাহু ধরে OABC সামান্তরিকটি অংকন করলে OB কর্ণ বলদ্বয়ের লব্ধির মান ও দিক নির্দেশ করবে। চিত্রে লব্ধির মানকে R দ্বারা সূচিত করা হয়েছে। লব্ধি বলটি P বলের সাথে α কোণ উৎপন্ন করে। এখন সামান্তরিকটির B বিন্দু হতে লম্ব আঁকি যা OA রেখার বর্ধিতাংশকে M বিন্দুতে ছেদ করে।

বলের সামান্তরিক সূত্রের প্রতিপাদন

চিত্র হতে পাই, $AB = OC = Q$, $\angle BAM = \theta$

এখন $\triangle ABM$ হতে পাই,

$$\sin\theta = \frac{BM}{AB}$$

$$\Rightarrow BM = AB \sin\theta$$

$$\therefore BM = Q \sin\theta$$

$$\cos\theta = \frac{AM}{AB}$$

$$\Rightarrow AM = AB \cos\theta$$

$$\therefore AM = Q \cos\theta$$

আবার, $\triangle OBM$ সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই,

$$OB^2 = OM^2 + BM^2$$

$$\Rightarrow OB^2 = (OA + AM)^2 + BM^2$$

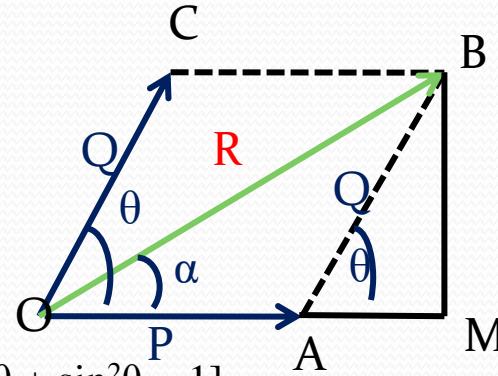
$$\Rightarrow R^2 = (P + Q \cos\theta)^2 + (Q \sin\theta)^2$$

$$\Rightarrow R^2 = P^2 + 2PQ \cos\theta + Q^2 \cos^2\theta + Q^2 \sin^2\theta$$

$$\Rightarrow R^2 = P^2 + 2PQ \cos\theta + Q^2 (\cos^2\theta + \sin^2\theta)$$

$$\Rightarrow R^2 = P^2 + 2PQ \cos\theta + Q^2$$

$$\therefore R =$$



$$[\because \cos^2\theta + \sin^2\theta = 1]$$

$$\sqrt{P^2 + 2PQ \cos\theta + Q^2}$$

বলের সামান্তরিক সূত্রের প্রতিপাদন

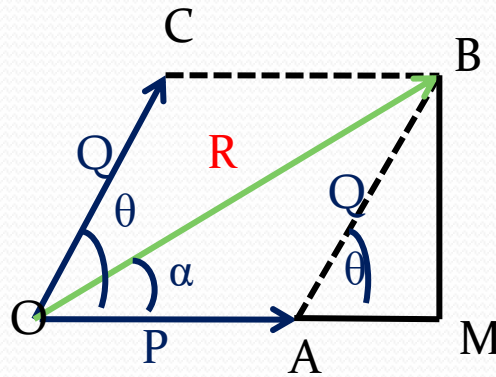
OBM সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই,

$$\tan \alpha = \frac{BM}{OM}$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{OM}{BM}$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{BM}{OA + AM}$$

$$\frac{Q \sin \theta}{P + Q \cos \theta}$$



বলের সামান্তরিক সূত্র সম্পর্কিত সমস্যার সমাধান

❖ সমস্যা-১ : 100kg ও 80kg মানের দুটি টানা বল একটি বিন্দুতে 60° কোণে ক্রিয়া করছে। সামান্তরিকের সূত্রের সাহায্যে বল দুটির লব্ধির মান ও দিক নির্ণয় কর।

আমরা জানি,

$$R = \sqrt{P^2 + 2PQ\cos\theta + Q^2}$$
$$\Rightarrow R = \sqrt{100^2 + 2 \times 100 \times 80 \cos 60^\circ + 80^2}$$
$$\therefore R = 156.20\text{kg}$$

আবার,

$$\tan\alpha = \frac{Q\sin\theta}{P+Q\cos\theta}$$
$$\Rightarrow \tan\alpha = \frac{80\sin 60^\circ}{100+80\cos 60^\circ}$$
$$\Rightarrow \tan\alpha = 0.495$$
$$\Rightarrow \alpha = \tan^{-1}(0.495)$$
$$\therefore \alpha = 26.34^\circ \text{ (অনুভূমিক এর সাথে)}$$

দেওয়া আছে,

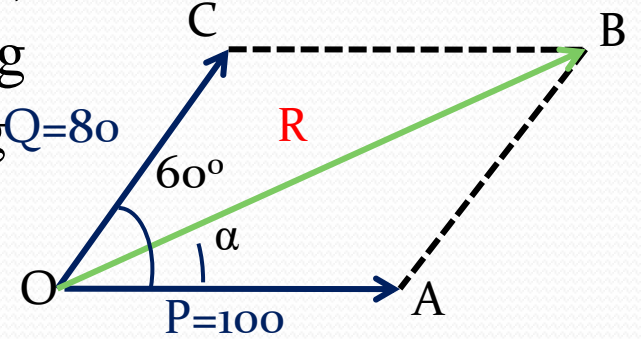
$$P = 100\text{kg}$$

$$Q = 80\text{kg}$$

$$\theta = 60^\circ$$

$$R = ?$$

$$\alpha = ?$$



বলের সামান্তরিক সূত্র সম্পর্কিত সমস্যার সমাধান

❖ সমস্যা-২ : 120° কোণে দুটি বল একটি বিন্দুতে দুটি বল একটি বিন্দুতে ক্রিয়ায়। বড় বলটি 80kg এবং লম্বি বল আবার দুটি বলের সাথে লম্বভাবে আনত হলে ছোট বলটির মান কত?

$$\tan \alpha = \frac{Q \sin 120^\circ}{80 + Q \cos 120^\circ}$$

$$\Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{0.866Q}{80 - 0.5Q}$$

$$\Rightarrow 0.577(80 - 0.5Q) = 0.866Q$$

$$\Rightarrow 46.16 - 0.2885Q = 0.866Q$$

$$\Rightarrow 0.866Q + 0.2885Q = 46.16$$

$$\Rightarrow 1.1545Q = 46.16$$

$$\Rightarrow Q = \frac{46.16}{1.1545}$$

$$\Rightarrow Q = 39.98\text{kg}$$

$$\therefore Q = 40\text{kg}$$

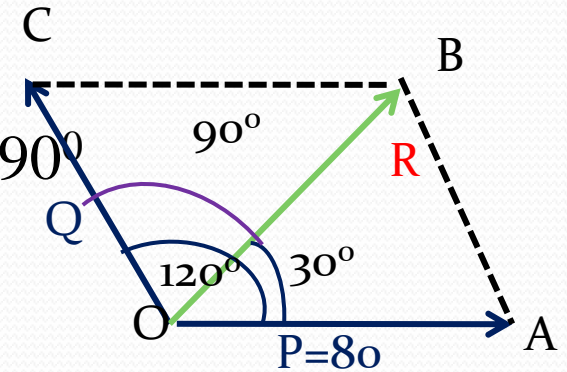
$$P = 80\text{kg}$$

$$\theta = 120^\circ$$

$$\alpha = 120^\circ - 90^\circ$$

$$= 30^\circ$$

$$Q = ?$$



বলের সামান্তরিক সূত্র সম্পর্কিত সমস্যার সমাধান

❖ সমস্যা-৩ : যদি P ও Q পরস্পর সমান হলে প্রমাণ কর, $R = 2P\cos\frac{\theta}{2}$, যখন θ হচ্ছে বল দুটির মধ্যবর্তী কোণ এবং R লব্ধি বল।

আমরা জানি, সামান্তরিকের সূত্রানুসারে,

$$R = \sqrt{P^2 + 2P \times P \cos\theta + P^2}$$

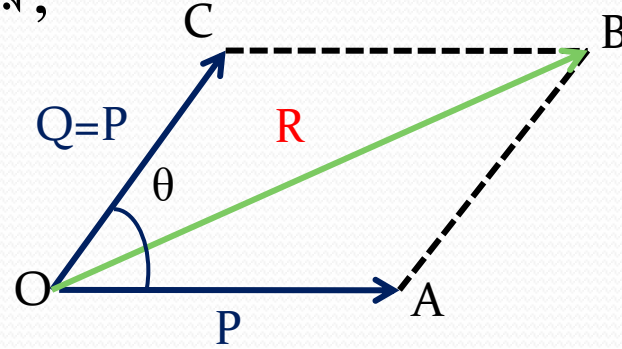
$$\Rightarrow R = \sqrt{2P^2 + 2P^2 \cos\theta}$$

$$\Rightarrow R = \sqrt{2P^2(1 + \cos\theta)}$$

$$\Rightarrow R = \sqrt{2P^2 \times 2 \cos^2 \frac{\theta}{2}}$$

$$\Rightarrow R = 2P \cos \frac{\theta}{2}$$

$$\therefore R = 2P \cos \frac{\theta}{2}$$





অধ্যায়-২ : বলের সূত্র (Laws of Force)

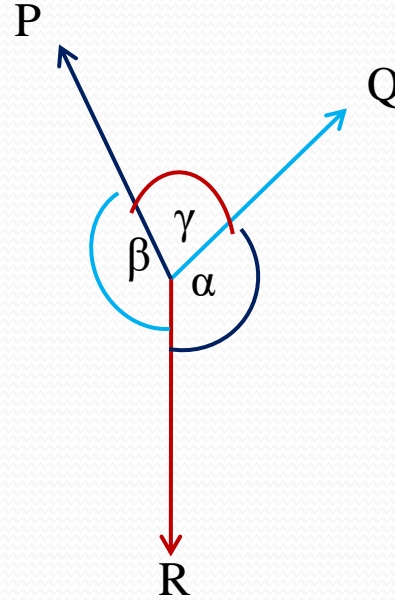
আজকের আলোচ্য বিষয়সমূহ

- ❖ ল্যাম্বার্টের সূত্র
- ❖ ল্যাম্বার্টের সূত্রের প্রতিপাদন
- ❖ ল্যাম্বার্টের সূত্রের সমস্যাবলির সমাধান

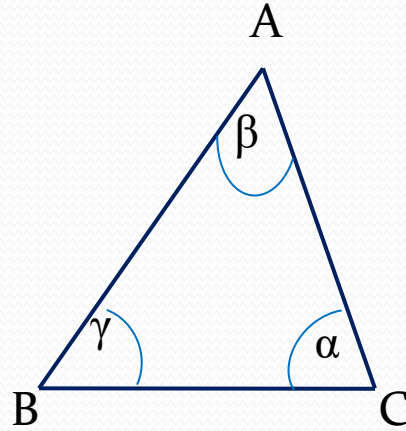
ল্যামির সূত্র (Lami's Theorem)

❖ কোন বিন্দুতে ক্রিয়ারত তিনটি বল ভারসাম্য সৃষ্টি করলে এদের প্রত্যেকটির মান ওপর দুটি বলের অন্তর্গত কোণের সাইনের (sine) সমানুপাতিক।

❖ অর্থাৎ $\frac{P}{\sin \alpha} = \frac{Q}{\sin \beta} = \frac{R}{\sin \gamma}$



সাধারণ আলোচনা



$$\frac{AB}{\sin \alpha} = \frac{BC}{\sin \beta} = \frac{CA}{\sin \gamma}$$

ল্যাম্বার সূত্রের প্রতিপাদন

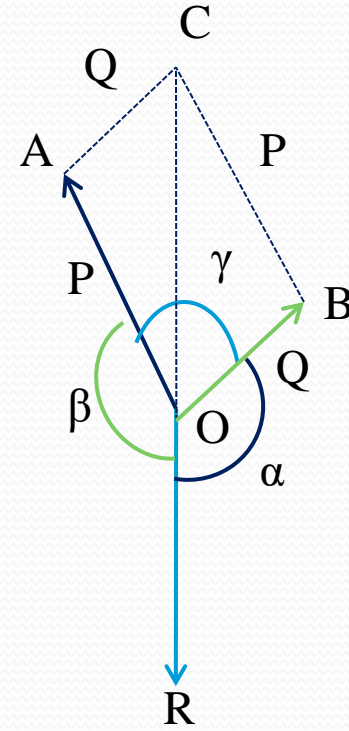
❖ মনে করি, P, Q ও R বল তিনটি O বিন্দুতে ভারসাম্য সৃষ্টি করেছে এবং এদের বিপরীত কোণগুলো যথাক্রমে α , β এবং γ ।

চিত্র হতে পাই, $OA = BC = P$ এবং $OB = AC = Q$

এখন, $\angle AOC = 180^\circ - \beta$

$$\angle ACO = \angle BOC = 180^\circ - \alpha$$

$$\begin{aligned}\angle CAO &= 180^\circ - (\angle AOC + \angle ACO) \\ &= 180^\circ - (180^\circ - \beta + 180^\circ - \alpha) \\ &= 180^\circ - 180^\circ + \beta - 180^\circ + \alpha \\ &= \alpha + \beta - 180^\circ\end{aligned}$$



ল্যাম্বার সূত্রের প্রতিপাদন

❖ কিন্তু $\alpha + \beta + \gamma = 360^\circ$

$\Rightarrow \alpha + \beta + \gamma = 360^\circ$

$\Rightarrow \alpha + \beta = 180^\circ + 180^\circ - \gamma$

$\Rightarrow \alpha + \beta - 180^\circ = 180^\circ - \gamma$

সুতরাং $\angle CAO = 180^\circ - \gamma$

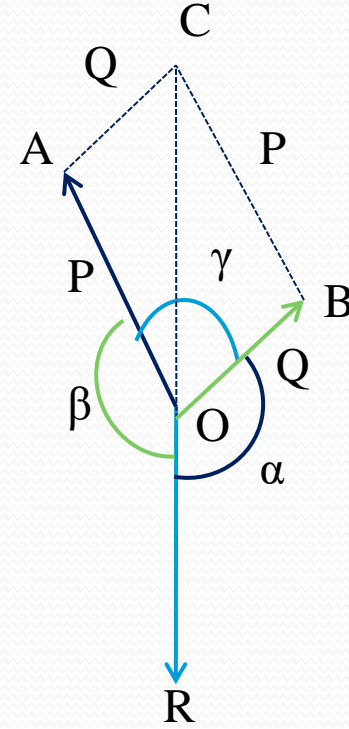
এখন, ত্রিকোণমিতির সূত্রানুসারে ΔAOC হতে পাই,

$=$ $=$

$$\Rightarrow \frac{OA}{\sin \angle ACO} = \frac{AC}{\sin \angle AOC} = \frac{OC}{\sin \angle CAO}$$

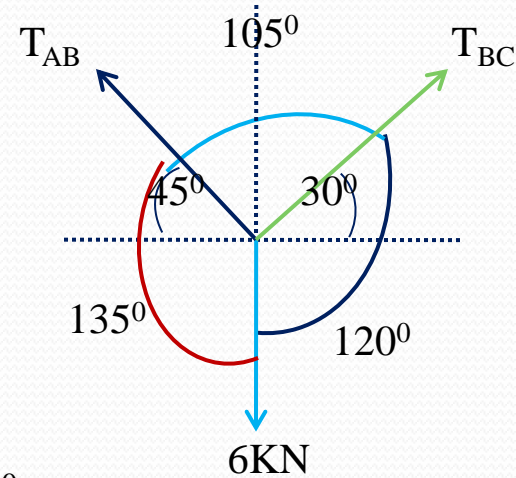
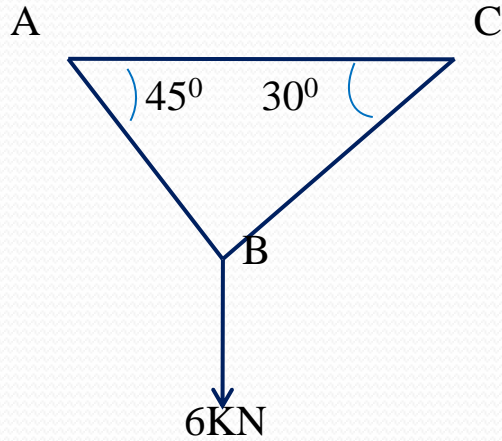
$$\Rightarrow \frac{P}{\sin(180^\circ - \alpha)} = \frac{Q}{\sin(180^\circ - \beta)} = \frac{R}{\sin(180^\circ - \gamma)}$$

$$\frac{P}{\sin \alpha} = \frac{Q}{\sin \beta} = \frac{R}{\sin \gamma}$$



ল্যামির সূত্রের সমস্যাবলির সমাধান

প্রশ্ন-১ : একই অনুভূমিক তলে A ও C বিন্দু হতে AB ও BC তার দুটির সাহায্যে 6KN ওজন ঝুলানো আছে। তার দুটি অনুভূমিক তলের সাথে যথাক্রমে 30° ও 45° কোণ সৃষ্টি করে। তার দুটোর টানের পরিমাণ নির্ণয় কর।



$$45^\circ + 90^\circ = 135^\circ$$

$$30^\circ + 90^\circ = 120^\circ$$

$$360^\circ - 135^\circ - 120^\circ = 105^\circ$$

ল্যাম্বার সূত্রের সমস্যাবলির সমাধান

$$\text{এখন, } \frac{T_{AB}}{\sin 120^\circ} = \frac{T_{BC}}{\sin 135^\circ} = \frac{6}{\sin 105^\circ}$$

$$\text{সুতরাং } \frac{T_{AB}}{6 \times \sin 120^\circ} = \frac{1}{\sin 105^\circ}$$

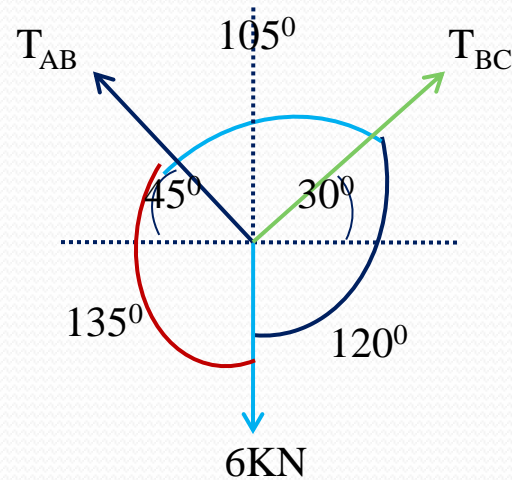
$$\Rightarrow T_{AB} = \frac{6 \times \sin 105^\circ}{\sin 120^\circ}$$

$$\Rightarrow T_{AB} = 5.38 \text{ KN (Ans)}$$

আবার =

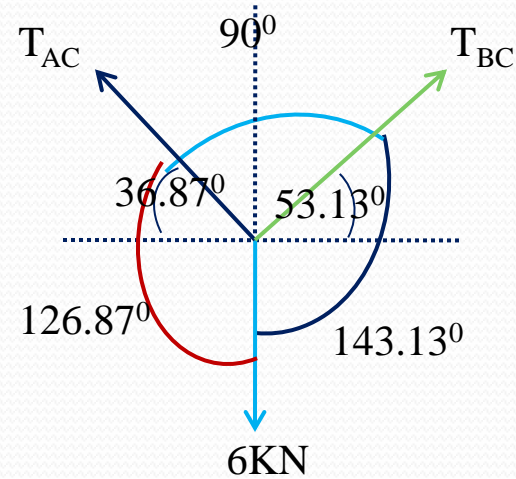
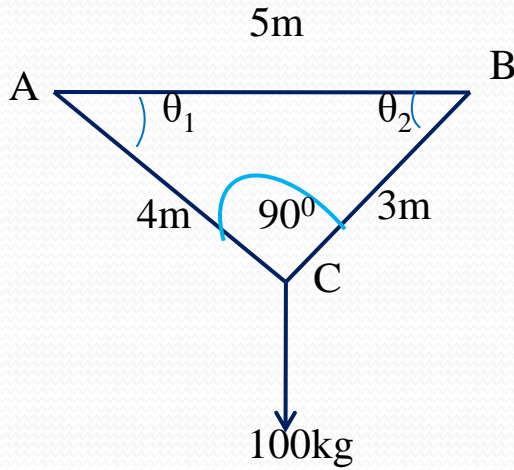
$$\Rightarrow \frac{T_{BC}}{6 \times \sin 135^\circ} = \frac{1}{\sin 105^\circ}$$

$$\Rightarrow T_{BC} = \frac{6 \times \sin 105^\circ}{\sin 135^\circ} = 4.39 \text{ KN (Ans)}$$



ল্যাম্বার সূত্রের সমস্যাবলির সমাধান

প্রশ্ন-২ : AB একটি অনুভূমিক বীমের দৈর্ঘ্য 5m। A এবং B বিন্দু হতে যথাক্রমে AC এবং BC তারের সাহায্যে 100kg ওজন C বিন্দুতে ঝুলানো রয়েছে। যদি AC এবং BC তারের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 4m এবং 3m হয়, তবে AC এবং BC তারের টানের পরিমাণ নির্ণয় কর।



$$\theta_1 = \tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right) = 36.87^\circ$$

$$\theta_2 = \tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right) = 53.13^\circ$$

$$36.87^\circ + 90^\circ = 126.87^\circ$$

$$53.13^\circ + 90^\circ = 143.13^\circ$$

ল্যাম্বার সূত্রের সমস্যাবলির সমাধান

$$\text{এখন, } \frac{T_{AC}}{\sin 143.13^{\circ}} = \frac{T_{BC}}{\sin 126.87^{\circ}} = \frac{100}{\sin 90^{\circ}}$$

$$\text{সুতরাং } \frac{T_{AC}}{100 \times \sin 143.13^{\circ}} = \frac{100}{\sin 90^{\circ}}$$

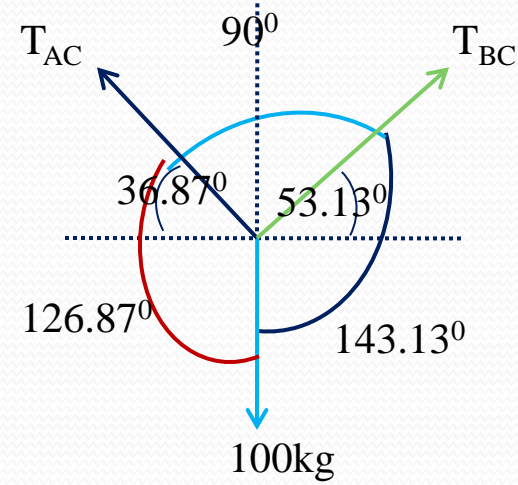
$$\Rightarrow T_{AC} = \frac{100 \times \sin 90^{\circ}}{\sin 143.13^{\circ}}$$

$$\Rightarrow T_{AC} = 60 \text{ kg (Ans)}$$

আবার =

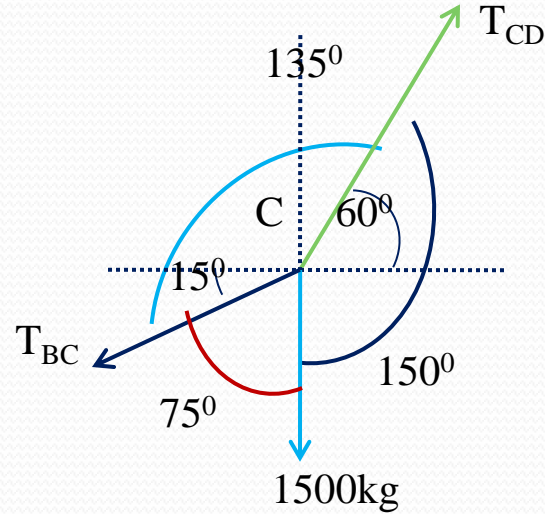
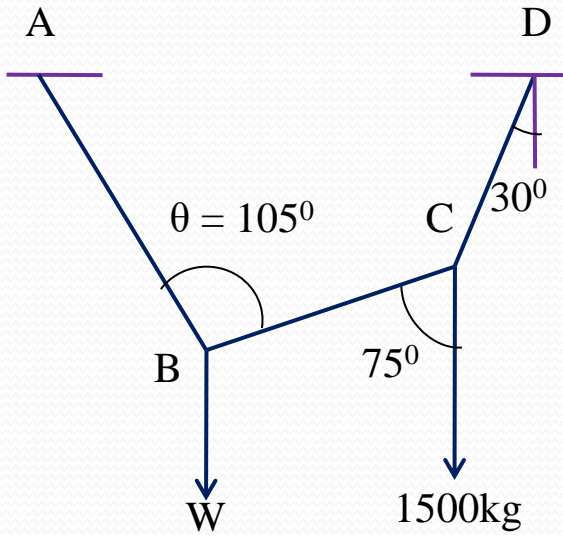
$$\Rightarrow T_{BC} = \frac{100}{\sin 126.87^{\circ}}$$

$$\Rightarrow T_{BC} = \frac{100 \times \sin 90^{\circ}}{\sin 126.87^{\circ}} = 80 \text{ kg (Ans)}$$



ল্যাম্বার সূত্রের সমস্যাবলির সমাধান

প্রশ্ন-৩ : চিত্রে প্রদর্শিত তার দিয়ে দুটি ওজন ঝুলানো অবস্থায় আছে। $\theta = 105^\circ$ হলে AB, BC ও CD-তে টানের পরিমাণ ও ওজন W এর মান নির্ণয় কর।



$$60^\circ + 90^\circ = 150^\circ$$

$$360^\circ - 150^\circ - 75^\circ = 135^\circ$$

ল্যাম্বার সূত্রের সমস্যাবলির সমাধান

$$\text{এখন, } \frac{T_{BC}}{\sin 150^\circ} = \frac{T_{CD}}{\sin 75^\circ} = \frac{1500}{\sin 135^\circ}$$

$$\text{সুতরাং } \frac{T_{BC}}{1500} = \frac{\sin 135^\circ}{\sin 150^\circ}$$

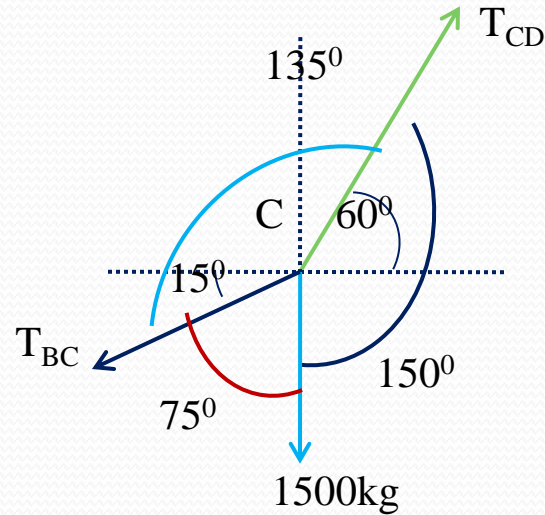
$$\Rightarrow T_{BC} = \frac{1500 \times \sin 135^\circ}{\sin 150^\circ}$$

$$\Rightarrow T_{BC} = 1060.66 \text{ kg (Ans)}$$

আবার =

$$\Rightarrow \frac{T_{CD}}{1500} = \frac{\sin 135^\circ}{\sin 75^\circ}$$

$$\Rightarrow T_{CD} = \frac{1500 \times \sin 135^\circ}{\sin 75^\circ} = 2049.04 \text{ kg (Ans)}$$



ল্যাম্বের সূত্রের সমস্যাবলির সমাধান

এখন, $\frac{T_{AB}}{\sin 105^\circ} = \frac{T_{BC}}{\sin 150^\circ} = \frac{W}{\sin 105^\circ}$

সুতরাং $\frac{T_{AB}}{\sin 105^\circ} = \frac{T_{BC}}{\sin 150^\circ}$

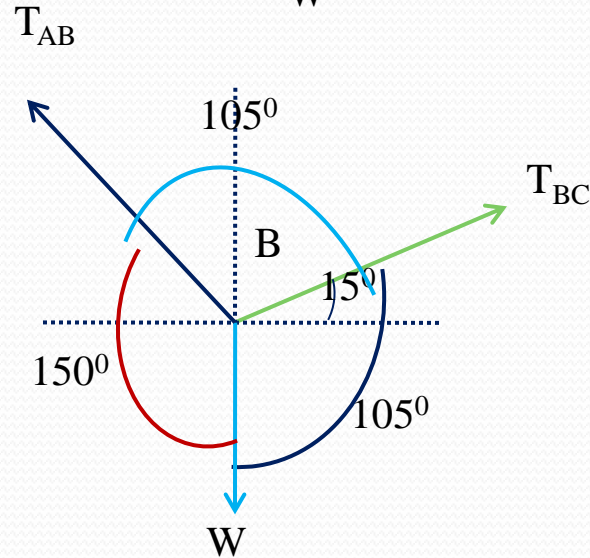
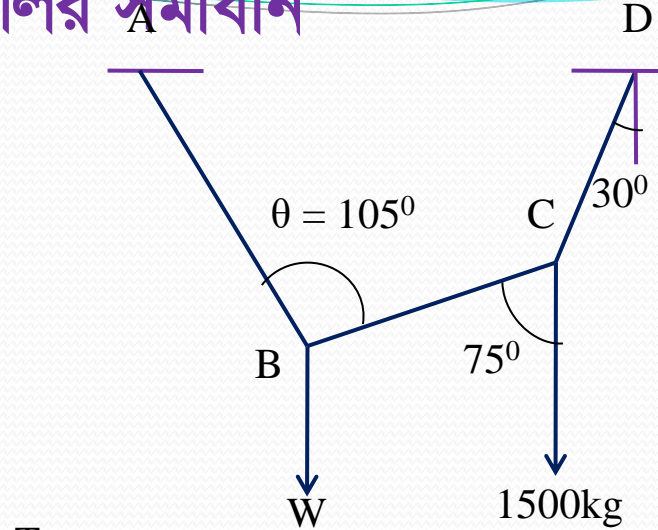
$\Rightarrow T_{AB} = \frac{\sin 150^\circ}{\sin 105^\circ} \times 1060.66 \times \sin 105^\circ$

$\Rightarrow T_{AB} = 2049.04 \text{ kg} \text{ (Ans)}$

আবার =

$\Rightarrow W = \frac{T_{BC}}{\sin 150^\circ}$

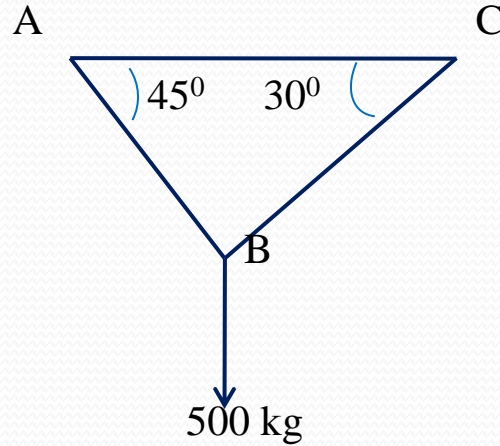
$\Rightarrow W = \frac{\sin 105^\circ}{\sin 150^\circ} \times 2049.04 \text{ kg (Ans)}$
 $\frac{1060.66 \times \sin 105^\circ}{\sin 150^\circ}$



বাড়ির কাজ

প্রশ্ন-১ : ল্যামির সূত্রটি প্রমাণ কর।

প্রশ্ন-২ : একই অনুভূমিক তলে A ও C বিন্দু হতে AB ও BC তার দুটির সাহায্যে 500kg ওজন ঝুলানো আছে। তার দুটি অনুভূমিক তলের সাথে যথাক্রমে 30° ও 45° কোণ সৃষ্টি করে। তার দুটোর টানের পরিমাণ নির্ণয় কর।



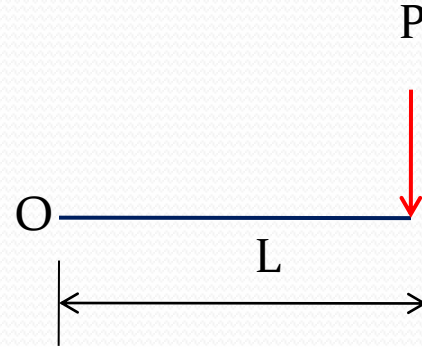
অধ্যায়-৩ : বলের মোমেন্ট (Moment of Force)

আজকের আলোচ্য বিষয়সমূহ

- ❖ বলের মোমেন্ট
- ❖ মোমেন্টের প্রকারভেদ
- ❖ ভেরিগননের মোমেন্ট নীতি
- ❖ বলের মোমেন্ট নির্ণয় পদ্ধতি
- ❖ মোমেন্ট সম্পর্কিত সমস্যাবলির সমাধান

বলের মোমেন্ট (Moment of Force)

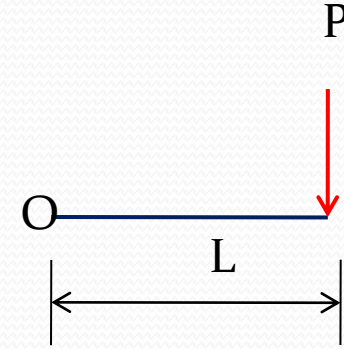
- ❖ বস্তুর উপর প্রযুক্ত বলের ঘূর্ণন ক্রিয়াকে ঐ বলের মোমেন্ট বা ভ্রামক (Moment of Force) বলে। অর্থাৎ কোন একটি বল যদি কোন বস্তুকে একটি নির্দিষ্ট স্থান হতে লম্ব দূরত্বে ঘুরায় বা ঘুরাতে চায়, তাহলে ঐ ঘুরানো প্রবণতার পারমাণকে প্রযুক্ত বলের মোমেন্ট বা ভ্রামক বলে। মোমেন্টকে M দ্বারা প্রকাশ করা হয়।
- ❖ এককথায়, মোমেন্ট = বল \times লম্ব দূরত্ব
- ❖ মোমেন্টের একক kg-m



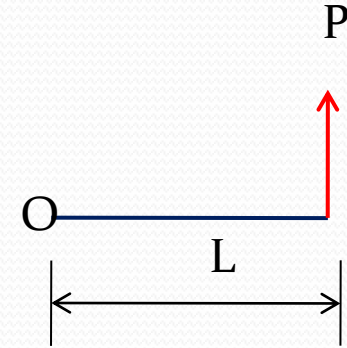
মোমেন্টের প্রকারভেদ (Types of Moment)

❖ মোমেন্ট দুই প্রকার-

১. **ধনাত্মক মোমেন্ট (Clockwise Moment)** : কোন বল যদি নির্দিষ্ট লম্ব দূরত্বে থেকে বস্তুকে ঘরির কাঁটার দিকে ঘুরায় বা ঘুরাতে চায়, তাহলে বলের এরূপ ঘূর্ণন ক্রিয়াকে ধনাত্মক মোমেন্ট (Clockwise Moment) বলে।



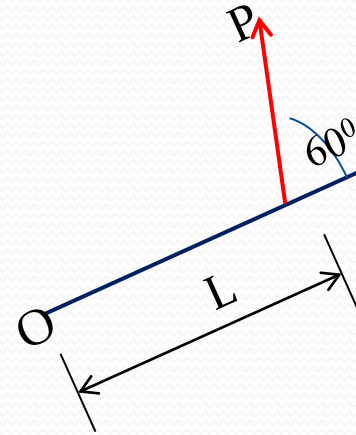
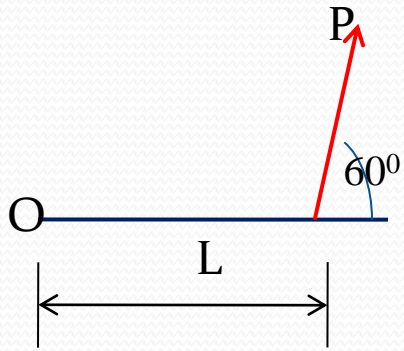
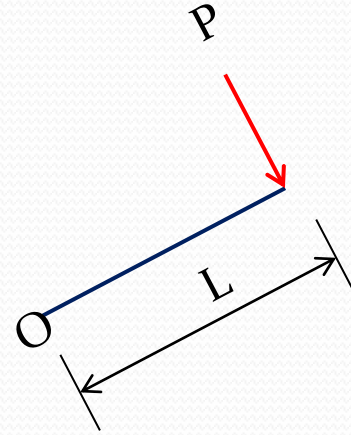
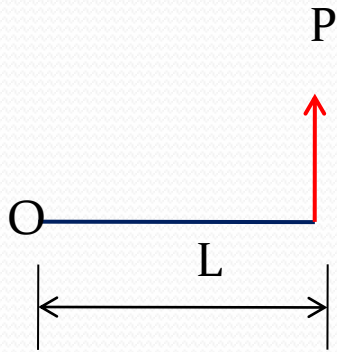
২. **ঋনাত্মক মোমেন্ট (Anticlockwise Moment)** : কোন বল যদি নির্দিষ্ট লম্ব দূরত্বে থেকে বস্তুকে ঘরির কাঁটার বিপরীত দিকে ঘুরায় বা ঘুরাতে চায়, তাহলে বলের এরূপ ঘূর্ণন ক্রিয়াকে ঋনাত্মক মোমেন্ট (Anticlockwise Moment) বলে।



ভেরিগননের মোমেন্ট নীতি

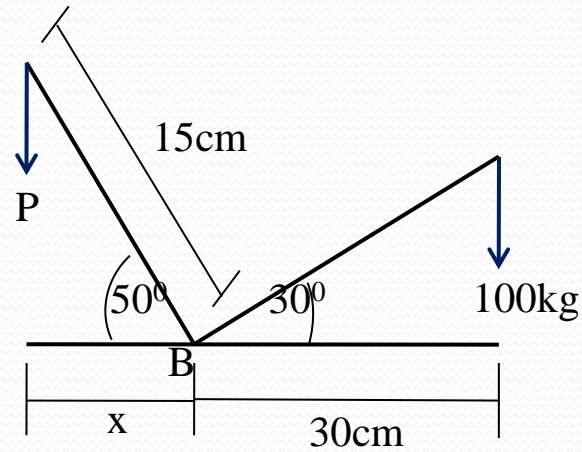
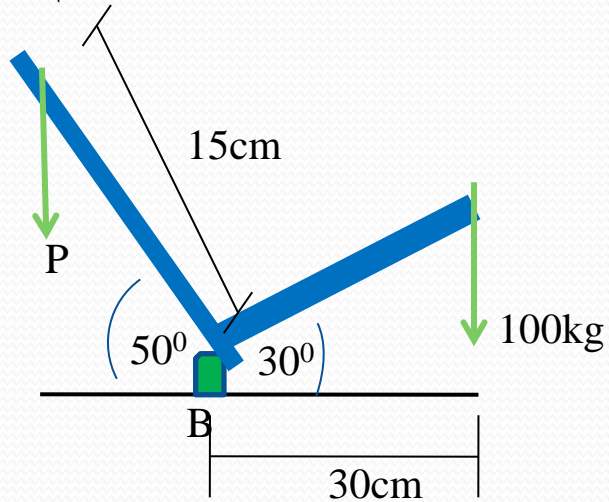
- ❖ যদি কোন বস্তুর উপর একাধিক সমতলীয় বল একই সাথে ক্রিয়ারত থাকে, তবে যেকোন বিন্দু হতে সকল বলের মোমেন্টের বীজগাণিতিক যোগফল হবে একই বিন্দু সাপেক্ষে উক্ত বলগুলোর লব্ধির মোমেন্টের সমান।
- ❖ অর্থাৎ লব্ধি বলের মোমেন্ট = বলগুলোর মোমেন্টের বীজগাণিতিক যোগফল

মোমেন্ট নির্ণয়



মোমেন্ট সম্পর্কিত সমস্যাবলির সমাধান

প্রশ্ন-১ : চিত্রের ক্র্যাংটিতে P বলের মান কত হলে এটি সাম্যাবস্থায় থাকবে?



$$\begin{aligned}\sum M_B &= 0 \text{ (+)} \\ \Rightarrow +100 \times 30 &= P \times 15 \cos 50^\circ = 0 \\ \Rightarrow P \times 15 \cos 50^\circ &= 3000\end{aligned}$$

$$\Rightarrow P =$$

$$\frac{3000}{15 \cos 50^\circ}$$

$$\Rightarrow P = 315.145 \text{ kg (Ans)}$$

$$\cos 50^\circ = \frac{x}{15}$$

$$\Rightarrow x = 15 \cos 50^\circ$$

মোমেন্ট সম্পর্কিত সমস্যাবলির সমাধান

প্রশ্ন-২ : নিম্নের চিত্র হতে W বলের মান নির্ণয় কর?

$$\sum M_A = 0 (+)$$

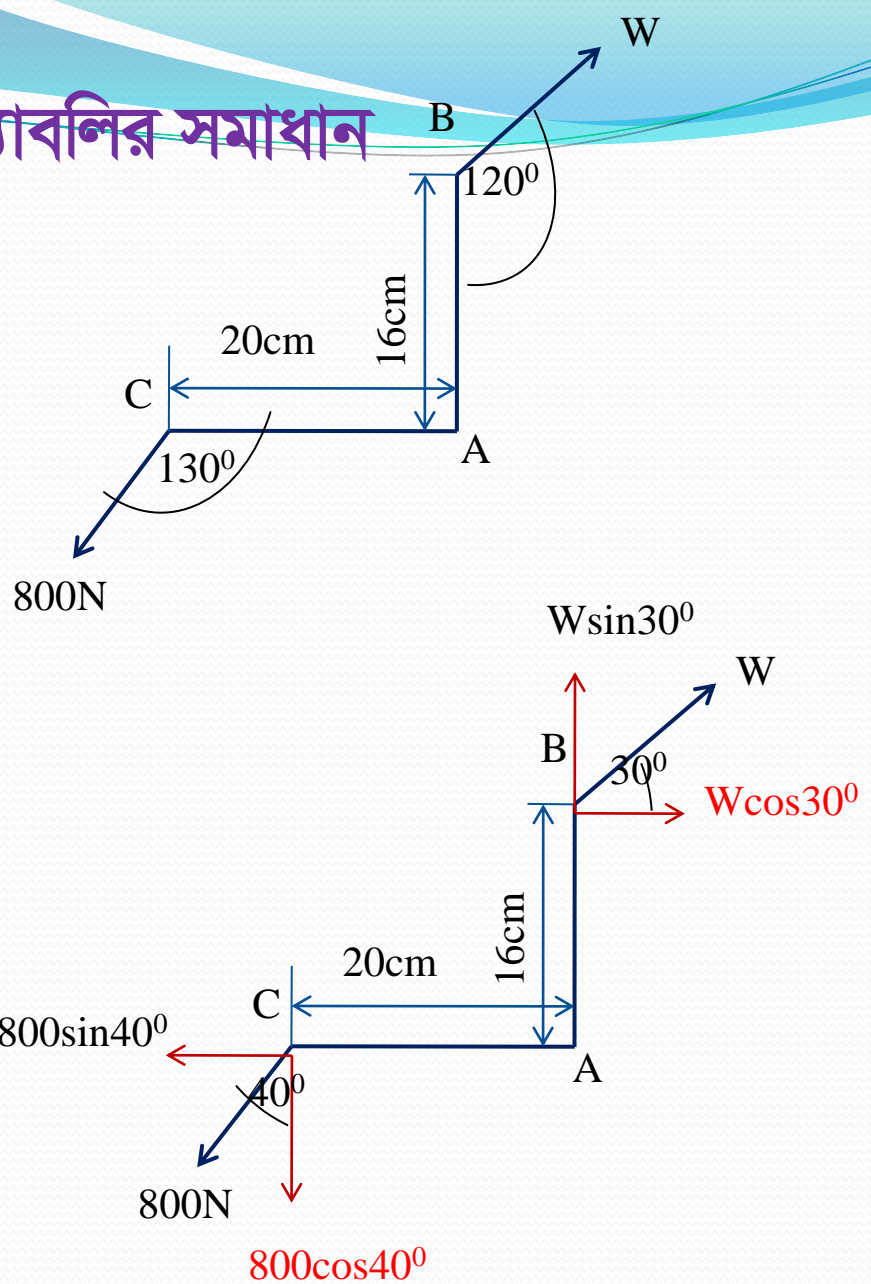
$$\Rightarrow + W \cos 30^\circ \times 16 - 800 \cos 40^\circ \times 20 = 0$$

$$\Rightarrow W \cos 30^\circ \times 16 = 800 \cos 40^\circ \times 20$$

$$\Rightarrow 13.86W = 12256.71$$

$$\Rightarrow W =$$

$$\Rightarrow W = \frac{12256.71}{13.86} \text{ N (Ans)}$$



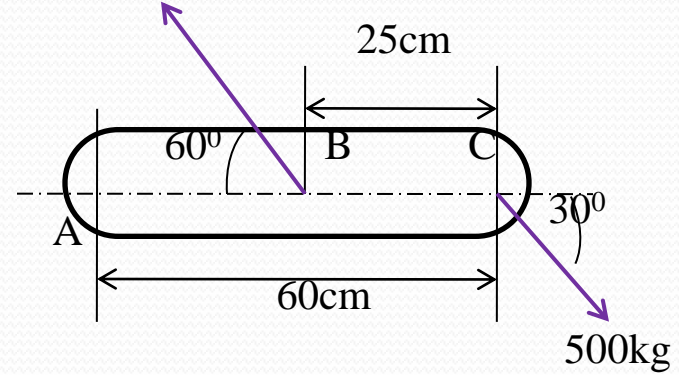
মোমেন্ট সম্পর্কিত সমস্যাবলির সমাধান

প্রশ্ন-৩ : নিম্নের চিত্র অনুযায়ী একটি ত্র্যাংকের উপর দুটি বল কাজ করছে। A বিন্দুতে বলদ্বয়ের মোমেন্ট কত এবং ত্র্যাংকটি কোন দিকে ঘুরবে?

$$\begin{aligned}\sum M_A(+ \curvearrowright) & \\ &= -200\sin 60^\circ \times 35 + 500\sin 30^\circ \times 60 \\ &= -6062.18 + 15000 \\ &= 8937.82 \text{ kg-cm (Ans)}\end{aligned}$$

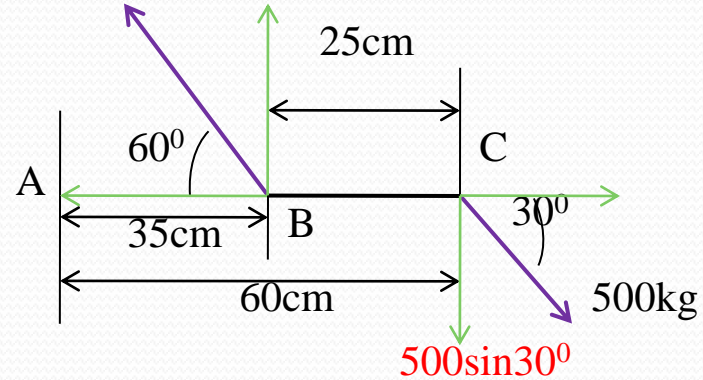
এখন, A বিন্দুতে বলদ্বয়ের মোমেন্ট ধনাত্মক বলে ত্র্যাংকটি ঘরির কাঁটার দিকে ঘুরবে। (Ans)

200kg



200kg

$200\sin 60^\circ$

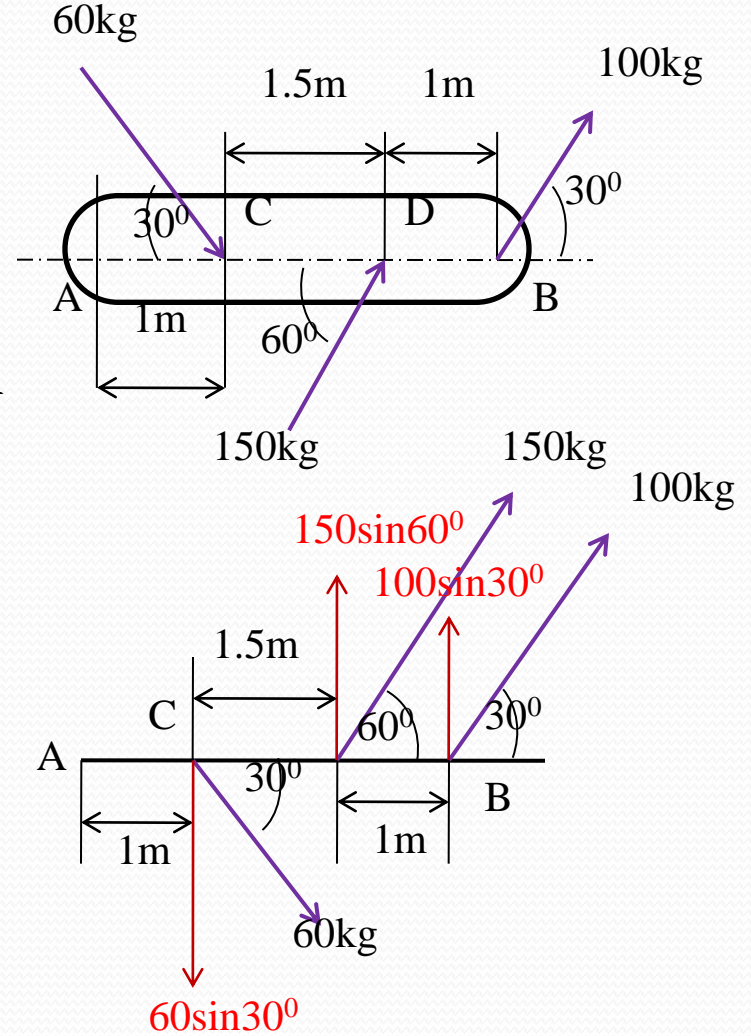


মোমেন্ট সম্পর্কিত সমস্যাবলির সমাধান

প্রশ্ন-৪ : নিম্নের চিত্র অনুযায়ী AB ত্র্যাংকের উপর তিনটি বল কাজ করছে। ত্র্যাংকটির A প্রান্তের মোমেন্টের মান ও দিক নির্ণয় কর।

$$\begin{aligned} \sum M_A(+)) \\ &= + 60\sin 30^\circ \times 1 - 150\sin 60^\circ \times 2.5 - 100\sin 30^\circ \times 3.5 \\ &= + 30 - 324.76 - 175 \\ &= - 469.76 \text{ kg-m (Ans)} \end{aligned}$$

এখন, A বিন্দুতে বলদ্বয়ের মোমেন্ট ঋণাত্মক বলে ত্র্যাংকটি ঘরির কাঁটার বিপরীত দিকে ঘুরবে। (Ans)

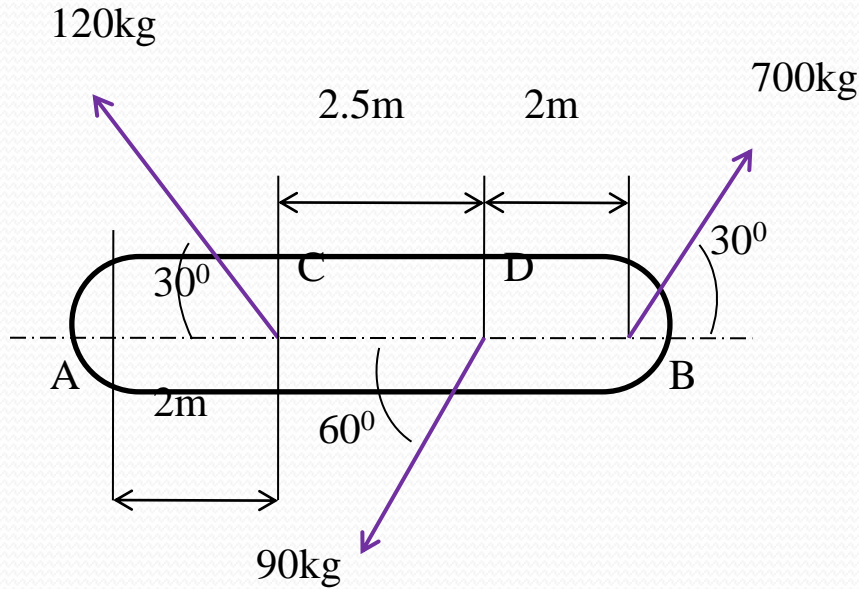


বাড়ির কাজ

প্রশ্ন-১ : বলের মোমেন্ট বলতে কি বুঝ?

প্রশ্ন-২ : মোমেন্ট কত প্রকার ও কী কী?

প্রশ্ন-৩ : নিম্নের চিত্র অনুযায়ী AB ক্র্যাংকের উপর তিনটি বল কাজ করছে। ক্র্যাংকটির A প্রান্তের মোমেন্টের মান ও দিক নির্ণয় কর।



ধন্যবাদ