

welcome



শিক্ষক পরিচিতি

নাম- মোহাম্মদ মোস্তফা কামাল
পদবী- চীফ ইনস্ট্রাক্টর(নন-টেক)গণিত
ময়মনসিংহ পলিটেকনিক ইনসিটিউট



ছাত্র-ছাত্রী পরিচিতি

ডিপ্লোমা-ইন-ইঞ্জিনিয়ারিং

টেকনোলজি: সকল

পর্ব : তৃতীয়

ময়মনসিংহ পলিটেকনিক ইনসিটিউট

পাঠ পরিচিতি

বিষয় : ম্যাথেমেটিক্স-৩

বিষয় কোডঃ ২৫৯৩১

পাঠ : পরিমিতি

অধ্যায়-১, ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল সম্পর্কে ধারণা

(The Concept of Area of a Triangle)

সময়: ৪৫মি:

নিচের চিত্রগুলো লক্ষ কর



এই টিউটোরিয়ালটি শেষে -

- ত্রিভুজ কি - তা ব্যাখ্যা করা যাবে।
- ত্রিভুজের প্রকারভেদ করতে পারা যাবে।
- ত্রিভুজের বাহর দৈর্ঘ্য নির্ণয়ের সূত্র নির্ণয় করা যাবে।
- ত্রিভুজের পরিসীমা নির্ণয় করা যাবে।
- ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করা যাবে।

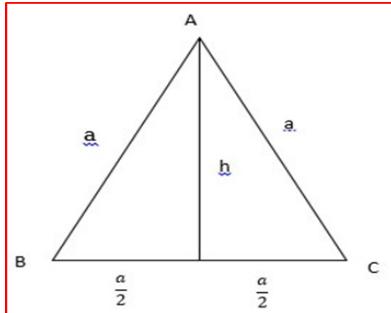
ত্রিভুজ

- ত্রিভুজ-তিনটি সরলরেখা দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রকে ত্রিভুজ বলে।
- উচ্চতা -ত্রিভুজের যে কোন এক বাহুকে ভূমি ধরলে এর বিপরীত শীর্ষ হতে ঐ বাহুর উপর অংকিত লম্বকে উচ্চতা বলে।
- মধ্যমা-ত্রিভুজের যে কোন বাহুর মধ্যবিন্দু ও এর বিপরীত শীর্ষবিন্দুর সংযোজক সরলরেখাকে মধ্যমা বলে।
- ভরকেন্দ্র-ত্রিভুজের মধ্যমা তিনটি যে বিন্দুতে ছেদ করে তাকে ভরকেন্দ্র বলে।
ভরকেন্দ্র মধ্যমাকে $2:1$ অনুপাতে বিভক্ত করে।

বাহুভেদে সকল ত্রিভুজকে তিনভাগে ভাগ করা হয়।

সমবাহু ত্রিভুজ

সমবাহু ত্রিভুজ: কোন ত্রিভুজের তিনটি বাহু পরস্পর সমান হলে তাকে সমবাহু ত্রিভুজ বলে।



সমবাহু ত্রিভুজের তিনটিসমানবাহু a হলে

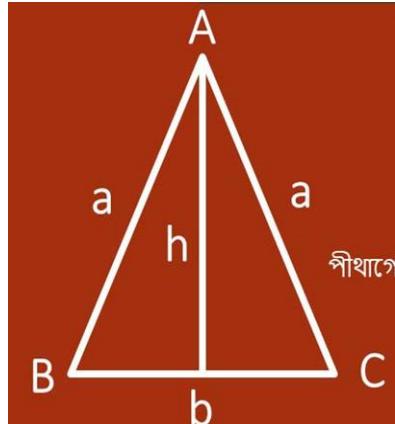
১। সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $A = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$

২। সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা $2s = 3a$

৩। সমবাহু ত্রিভুজের উচ্চতা $h = \frac{\sqrt{3}}{2} a$

সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ

সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ- কোন ত্রিভুজের দুটি বাহু সমান হলে তাকে সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ বলে ।



সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের দুটিসমানবাহু a এবংভূমি b হলে

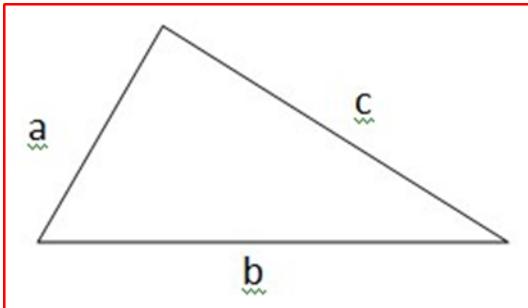
১। সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $A = \frac{b}{4} \sqrt{(4a^2 - b^2)}$

২। সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা $2s = a + a + b$

৩। সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের উচ্চতা $h = \frac{1}{2} \sqrt{(4a^2 - b^2)}$

বিষমবাহু ত্রিভুজ

বিষমবাহু ত্রিভুজ: কোন ত্রিভুজের তিনটি বাহু পরস্পর অসমান হলে তাকে সমবাহু ত্রিভুজ বলে ।



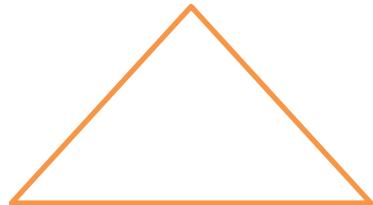
বিষমবাহু ত্রিভুজের তিনটি বাহু a, b, c হলে

১। বিষমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা $2s = a + b + c$

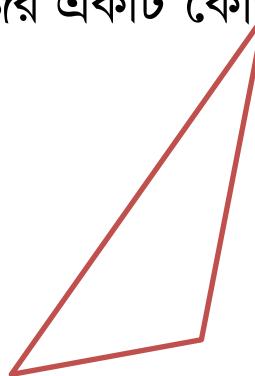
২। বিষমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $A = \sqrt{s(s - a)(s - b)(s - c)}$

কোণ অনুসারে ও সকল ত্রিভুজকে তিনভাগে ভাগ করা হয়।

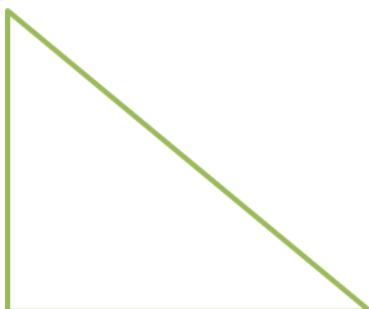
- **সূক্ষকোণী ত্রিভুজ:** কোন ত্রিভুজের তিনটি কোণই সূক্ষকোণ হলে তাকে সূক্ষকোণী ত্রিভুজ বলে।



- **স্থূলকোণী ত্রিভুজ-** কোন ত্রিভুজের একটি কোণ সমকোণ হলে তাকে স্থূলকোণী ত্রিভুজ বলে।



- **সমকোণী ত্রিভুজ:** কোন ত্রিভুজের একটি কোণ সমকোণ হলে তাকে সমকোণী ত্রিভুজ বলে।



কিছু প্রয়োজনীয় সূত্রাবলী

১। সমদ্বিবাহসমকোণী ত্রিভুজের সমানবাহ a হলে, ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} a^2$

২। ত্রিভুজের তিনটি বাহ a, b, c এবং অন্তর্বৃত্তের ব্যাসার্ধ r হলে,

ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} (a + b + c) \times r$

৩। ত্রিভুজের তিনটি বাহ a, b, c এবং পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ R হলে,

ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{abc}{4R}$

৪। ত্রিভুজের তিনটি মধ্যমা a, b, c হলে,

ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{4}{3} \sqrt{s(s - a)(s - b)(s - c)}$

৫। একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহ a, b, c ও তিনটি কোণ A, B, C হলে,

ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $\Delta = \frac{1}{2} bc \sin A = \frac{1}{2} ca \sin B = \frac{1}{2} ab \sin C$

সমস্যা সমাধান

১। একটি সমবাহু ত্রিভুজের মধ্যস্থ কোন বিন্দু হতে বাহু তিনটির উপর অক্ষিত লম্বের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 12 মি, 13 মি, 14 মি হলে ত্রিভুজটির পরিসীমা ও ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর ।

সমাধান: মনেকরি, ABC সমবাহু ত্রিভুজের বাহু তিনটির বাহুর দৈর্ঘ্য $AB=BC=AC=a$ মি। ABC সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$ বর্গমি।

ত্রিভুজটির মধ্যস্থ O বিন্দু হতে AB, BC এবং AC বাহুর উপর লম্ব দূরত্ব OD=12 মি, OE=13 মি, OF=14 মি,

$$\Delta ABC = \Delta BOC + \Delta AOC + \Delta AOB$$

$$= \frac{1}{2} \times BC \times OD + \frac{1}{2} \times AC \times OE + \frac{1}{2} \times AB \times OF$$

$$= \frac{1}{2} \times a \times 12 + \frac{1}{2} \times a \times 13 + \frac{1}{2} \times a \times 14$$

$$= \frac{12a + 13a + 14a}{2}$$

$$= \frac{39a}{2}$$

প্রশ্নমতে,

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{39a}{2}$$

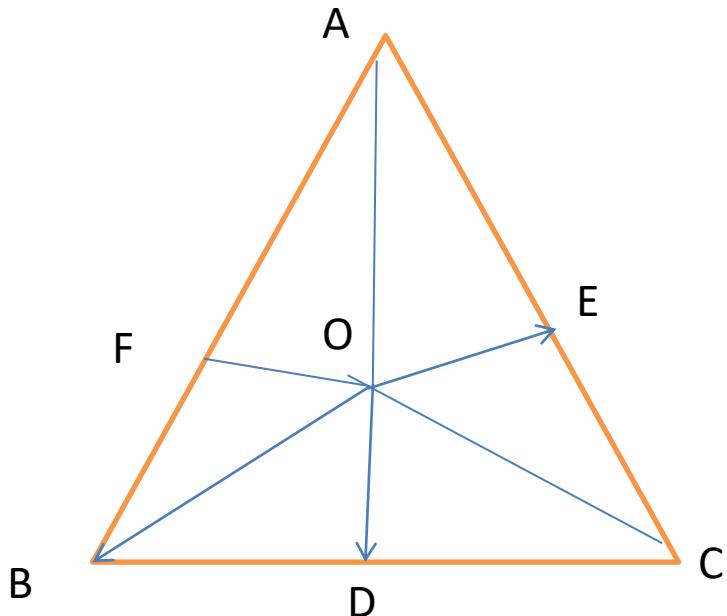
$$\text{বা, } \frac{\sqrt{3}}{2} a = 39$$

$$\text{বা, } a = \frac{78}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } a = 45.035$$

ত্রিভুজটির পরিসীমা= $3a = 3 \times 45.035 = 135.1$ মি

সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল= $\frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} (45.035)^2$ বর্গমি
= 878.21 বর্গমি:



সমস্যা সমাধান

২। একটি সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য 2 মিঃ বাড়ালে এর ক্ষেত্রফল $3\sqrt{3}$ বর্গমিঃ বেড়ে যায়। ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য ও ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধানঃ ধরি, সমবাহু ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য a মি।

$$\text{এর ক্ষেত্রফল} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \text{ বর্গমি}$$

ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য 2 মিটার বাড়ালে ক্ষেত্রফল হবে $= \frac{\sqrt{3}}{4} (a + 2)^2$ বর্গমি।

প্রশ্নমতে,

$$\frac{\sqrt{3}}{4} (a + 2)^2 - \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = 3\sqrt{3}$$

$$\text{বা}, (a + 2)^2 - a^2 = 12$$

$$\text{বা}, 4a + 4 = 12$$

$$\text{বা}, 4a = 8$$

$$\text{বা}, a = 2$$

সমবাহু ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য 2 মি।

$$\text{সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} (2)^2 = \sqrt{3} \text{ বর্গমি}.$$

সমস্যা সমাধান

৩। একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা 360 মি:। এর সমান বাহুরে প্রত্যেকটি ভূমির $\frac{5}{8}$ অংশ ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান: ধরি, সমদ্বিবাহু ত্রিভুজটির ভূমি $b = 8x$ মি.

সমান বাহু $a = 5x$ মি.

সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা $2s = a + a + b = 5x + 5x + 8x = 18x$

প্রশ্নমতে, $18x = 360$

$$\therefore x = 20$$

$$b = 8x = 8 \times 20 = 160 \text{ মি.}$$

$$a = 5x = 5 \times 20 = 100 \text{ মি.}$$

$$\text{সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল} = \frac{160}{4} \sqrt{(4 \times 100^2 - 160^2)} = 4800 \text{ বর্গমি:}$$

৪। একটি ত্রিভুজের বাহু তিনটি যথাক্রমে 35মি , 39মি ও 56 মি। এর বৃহত্তম বাহুর বিপরীত শীর্ষ হতে এর উপর অক্ষিত লম্বের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর এবং লম্বটি দ্বারা বিভক্ত ত্রিভুজের অংশ দুইটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধানঃ মনেকরি, $\triangle ABC$ এর বাহু তিনটি যথাক্রমে $a = 56$ মি, $b = 39$ মি ও $c = 35$ মি
 $\therefore 2s = a + b + c = 56 + 39 + 35 = 130$ মি
 $s = 65$ মি

$$\begin{aligned}\triangle ABC \text{ এর ক্ষেত্রফল} &= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \\ &= \sqrt{65(65-56)(65-39)(65-35)} \\ &= \sqrt{65 \times 6 \times 26 \times 30} = 675.50 \text{ বর্গমি}\end{aligned}$$

$$\triangle ABC \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times BC \times AD = \frac{1}{2} \times 56 \times AD = 28AD \text{ বর্গমি}$$

$$\text{শর্তমতে, } 28AD = 675.50 \quad \therefore AD = 24.13$$

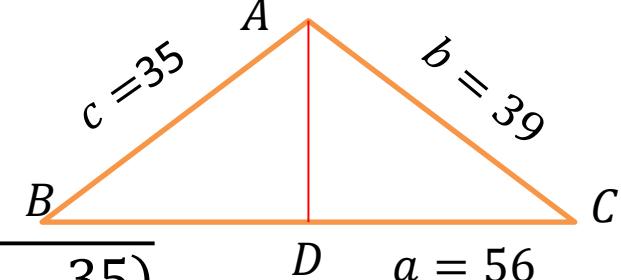
$$\triangle ABD \text{ এ } AD^2 + BD^2 = AB^2$$

$$\text{বা, } BD^2 = AB^2 - AD^2 = (35)^2 - (24.13)^2 = 642.74$$

$$\text{বা, } BD = 25.35 \text{ মি}$$

$$\triangle ABD \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times BD \times AD = \frac{1}{2} \times 25.35 \times 24.13 = 305.85 \text{ বর্গমি}$$

$$\triangle ABC \text{ এর ক্ষেত্রফল} = 675.50 - 305.85 = 369.65 \text{ বর্গমি} \text{ (উত্তর)}$$



দলীয় কাজ



- ১। একটি সমবাহু ত্রিভুজের মধ্যস্থ কোন বিন্দু হতে বাহু তিনটিরউপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে $16\text{মি}, 20\text{মি}, 24\text{মি}$ হলে ত্রিভুজটির পরিসীমা ও ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর ।
- ২। একটি সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য 2 মি বাড়ালে এর ক্ষেত্রফল $9\sqrt{3}$ বর্গমি বেড়ে যায় । ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য ও ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর ।
- ৩। একটি ত্রিভুজের বাহু তিনটি যথাক্রমে $21\text{মি}, 20\text{মি}$ ও 13 মি । এর বৃহত্তমবাহুর বিপরীত শীর্ষ হতে এর উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর এবং লম্বটিদ্বারা বিভক্ত ত্রিভুজের অংশ দুইটির ক্ষেত্রফলনির্ণয় কর ।
- ৪। একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা 40 মিটার । এর সমান বাহুদুয়ের প্রত্যেকটি ভূমির $\frac{5}{6}$ অংশ । ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর ।
- ৫। এক স্থান হতে দুটি রাস্তা পরস্পর 120° কোণে চলে গেছে । দুজন লোক স্থান হতে ঘন্টায় 10 কিমি ও 12 কিমি বেগে হাঁটতে শুরু করল । 5 ঘন্টা পর তাদের মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় কর ।

একক কাজ



- ১। একটি সমবাহু ত্রিভুজের মধ্যস্থ কোন বিন্দু হতে বাহু তিনটিরউপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে $10\text{মি}, 12\text{ মি}$ ও 14মি হলে ত্রিভুজটির পরিসীমা ও ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর ।
- ২। একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা 306সেমি এবং সমানসমান বাহুর দৈর্ঘ্যভূমির $\frac{5}{6}$ অংশ। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর ।
- ৩। একটি সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য 3 মি কমালে এর ক্ষেত্রফল $9\sqrt{3}\text{বর্গমিকমেয়ায়}$ । ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য ও ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর ।
- ৪। 15মিটার দীর্ঘ একটিমইএকটিদেওয়ালের সাথে খাড়াভাবেআছে। মইটির গোড়া দেওয়ালহতে 9মিটার সরালেতার অগ্রভাগ কত মিটার নিচেনামবে?
- ৫। একটি ত্রিভুজের বাহু তিনটিযথাক্রমে $7, 8, 9$ একক হণলকোণ গতিনির্দিত পরিমাণ নির্ণয় কর।

পাঠ মূল্যায়ন

- ১। একটিসমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা ১৮ সেমি হলে এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- ২।
একটিসমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমায় তিমিটার এর ক্ষেত্রফল তত বর্গমিটার হলে এর বাহুর
দৈর্ঘ্য ও ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- ৩। একটি সমবাহু ত্রিভুজের মধ্যস্থ কোন বিন্দু হতে বাহু তিনটির উপর অঙ্কিত
লম্বের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 16 সেমি, 20 সেমি ও 24 সেমি হলে ত্রিভুজটির
বাহুর দৈর্ঘ্য ও ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- ৪। একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান বাহুর প্রত্যেকটি ভূমির $\frac{5}{8}$ অংশ।
ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল 300 বর্গমিটা হলে ত্রিভুজটির পরিসীমা নির্ণয় কর।
- ৫। 20 মিটার লম্বা একটিমই দেওয়ালের সাথে খাড়াভাবে আছে। মইটির গোড়া
দেওয়াল হতে কত দূরে সরালে মাথা কত 4 মিটার নিচে নেমে আসবে?

বাড়ির কাজ

- ১। একটি সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য 1মি বাড়ালে এর ক্ষেত্রফল $\sqrt{3}$ বর্গমি বেড়ে যায়। ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য ও ক্ষেত্রফল নির্ণয়কর।
- ২। একটি ত্রিভুজের বাহু তিনটি যথাক্রমে 51মি, 52মি, 53মি। 52 মি বাহুর বিপরীত শীর্ষ হতে এর উপর অক্ষিত লম্বের দৈর্ঘ্য নির্ণয়কর এবং লম্বটিদ্বারা বিভক্ত ত্রিভুজের অংশ দুইটির ক্ষেত্রফল নির্ণয়কর।
- ৩। একটি ত্রিভুজের বাহু তিনটি যথাক্রমে 9মি, 10মি ও 11মি। ত্রিভুজটির অন্তর্বৃত্তের ওপরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ নির্ণয়কর।
- ৪। একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা 360সেমি এবং এর সমানসমান বাহুর দৈর্ঘ্য ভূমির $\frac{5}{6}$ অংশ। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- ৫। এক স্থান হতে দুটি রাস্তা পরস্পর 120° কোণে চলে গেছে। দুজন লোক স্থান হতে ঘন্টায় 3কিমি ও 4কিমি বেগে হাঁটতে শুরু করল। 5ঘন্টা পর তাদের মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় কর।
- ৬। 25মিটার দীর্ঘ একটি মই দেওয়ালের সাথে হেলানোভাবে আছে। মইটির গোড়া দেওয়াল হতে 7মিটার দূরে। মইটির গোড়া আর কত দূর সরালে এর মাথাগোড়া সরানোর অর্ধেক নিচেনাম বে?
- ৭। একটি সমবাহু ত্রিভুজের মাঠের পরিসীমা 54মি। উক্ত মাঠের সীমানা হতে 90সেমি বাদ দিয়ে ভিতরে যে সমবাহু ত্রিভুজের কার ক্ষেত্রফল পাওয়া যাবে তা রক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

পাঠ পরিচিতি

বিষয় : ম্যাথেমেটিক্স-৩

বিষয় কোডঃ ২৫৯৩১

পাঠ : পরিমিতি

অধ্যায়-২(ক), চতুর্ভুজ এবং সামান্তরিক ক্ষেত্রফলের ধারণা

(The Concept of Areas of Quadrilaterals & Parallelograms)

নিচের চিত্রগুলো লক্ষ্য কর

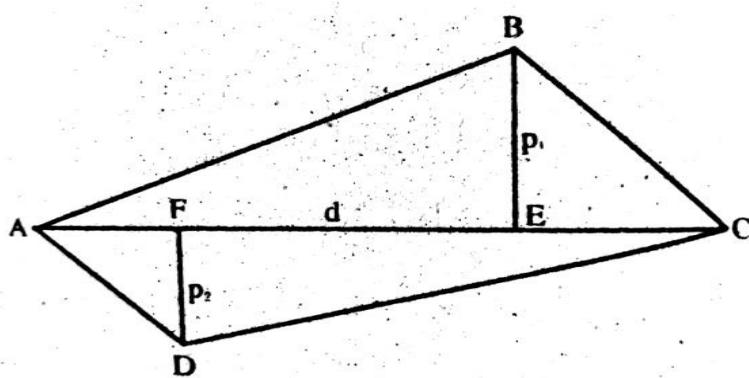


এই পাঠ শেষে . . .

- ❖ চতুর্ভুজ কি জানতে পারবে ।
- ❖ চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের সূত্র জানতে পারবে ।
- ❖ সামান্তরিক কি জানতে পারবে ।
- ❖ সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের সূত্র জানতে পারবে ।
- ❖ চতুর্ভুজের ও সামান্তরিকের সমস্যা সমাধান করতে পারবে ।

চতুর্ভুজের প্রয়োজনীয় সূত্রাবলী

১. চতুর্ভুজের একটি কর্ণ ও এর উপর অফসেটদ্বয় দেওয়া থাকলে ক্ষেত্রফল নির্ণয় :



ধরি, ABCD চতুর্ভুজের একটি কর্ণ $AC = d$ এবং অফসেটদ্বয় $BE = p_1$ ও $DF = p_2$

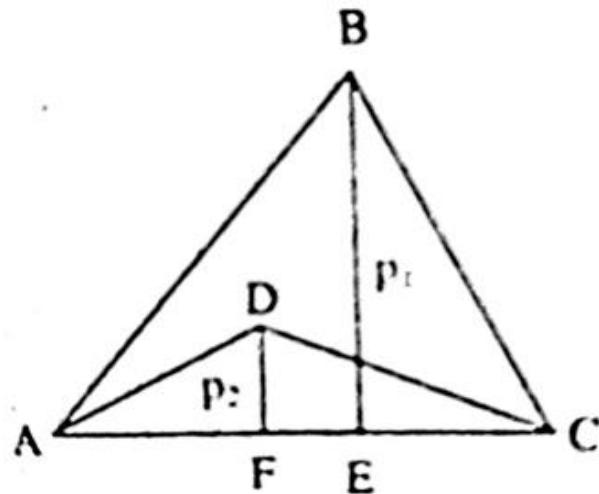
$ABCD$ চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল = $\Delta ABC + \Delta ADC$

$$= \frac{1}{2} \times AC \times BE + \frac{1}{2} \times AC \times DF$$

$$= \frac{1}{2} \times AC(BE + DF)$$

$$= \frac{1}{2} \times d(p_1 + p_2)$$

২. চতুর্ভুজের একটি কর্ণ ও এর উপর অফসেটদ্বয় দেওয়া থাকলে ক্ষেত্রফল নির্ণয় (যদি কর্ণটি বাহিরে থাকে):



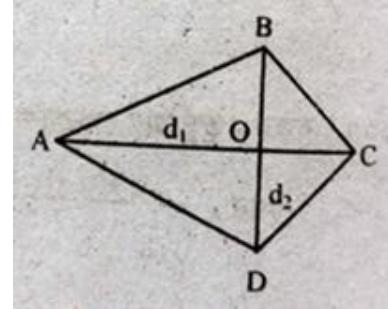
$$\text{চতুর্ভুজ } ABCD \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} d(p_1 - p_2)$$

চতুর্ভুজের প্রয়োজনীয় সূত্রাবলী

৩। চতুর্ভুজের কর্ণদ্বয় লম্বভাবেছেদ করলেক্ষেত্রফলনির্ণয় :

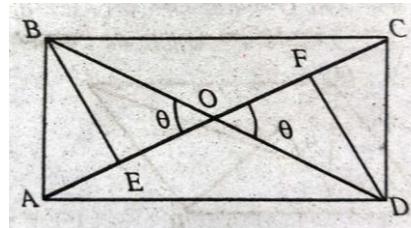
$$ABCD \text{ চতুর্ভুজের কর্ণদ্বয় } AC = d_1 \text{ ও } BD = d_2$$

$$ABCD \text{ চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$$



৪। চতুর্ভুজের কর্ণদ্বয় $AC = d_1$ ও $BD = d_2$ এবং তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ θ হলে ক্ষেত্রফলনির্ণয়:

$$ABCD \text{ চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2 \times \sin \theta$$

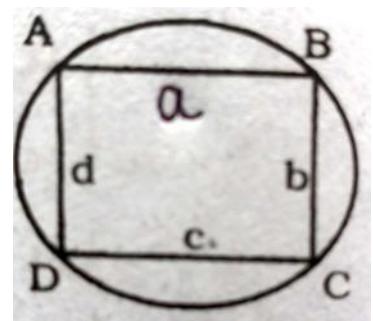


৫। বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের বাহুদেওয়া থাকলে ক্ষেত্রফলনির্ণয় :

বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল:

$$= \sqrt{(s - a)(s - b)(s - c)(s - d)}$$

এখানে, $s = \frac{a+b+c+d}{2}$, a, b, c, d চতুর্ভুজটির চারটি বাহু।

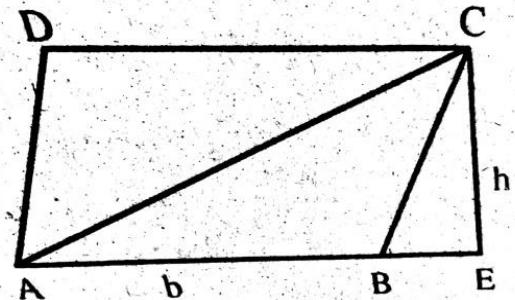


সামান্তরিকের প্রয়োজনীয় সূত্রাবলী

১। সামান্তরিকেরভূমি ও উচ্চতাদেওয়াথাকলে,

❖ সামান্তরিকেরক্ষেত্রফল $A = \text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা} = bh$

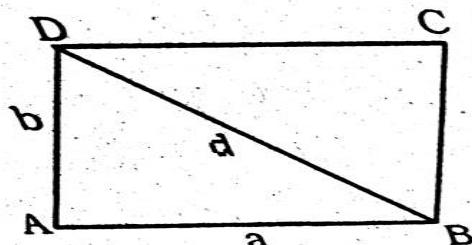
❖ সামান্তরিকেরউচ্চতা = $\frac{\text{ক্ষেত্রফল}}{\text{ভূমি}} = \frac{A}{b}$



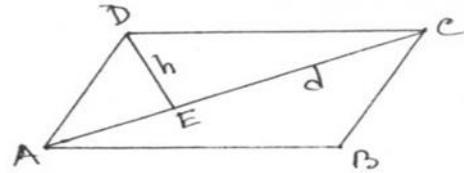
২। সামান্তরিকেরসন্নিহিতবাহুয় = a , b এবং কর্ণের দৈর্ঘ্য = d দেওয়া থাকলে,

সামান্তরিকেরক্ষেত্রফল= $2 \times \Delta ABC$

$$= 2 \times \sqrt{s(s - a)(s - b)(s - d)}$$



৩। সামান্তরিকেরকর্ণেরদৈর্ঘ্য = d এবং অফসেট/লম্ব= p দেওয়া থাকলে,
 সামান্তরিকেরক্ষেত্রফল= $d \times p$



৪। সামান্তরিকেরসম্মিলিতবাহুয় = a, b এবং তাদেরমধ্যবর্তীকোণ= α
 দেওয়া থাকলে, সামান্তরিকেরক্ষেত্রফল= $ab \sin \alpha$

৫। সামান্তরিকেরকর্ণদুয় = d_1, d_2 এবং তাদেরমধ্যবর্তীকোণ= θ
 দেওয়া থাকলে, সামান্তরিকেরক্ষেত্রফল= $\frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \theta$

সমাধান

১। একটি চতুর্ভুজের কর্ণের দৈর্ঘ্য 14সেঁমিঃ এবং অফসেট দুয় 6সেঁমিঃ এবং 4 সেঁমিঃ ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান: এখানে $d = 14\text{সেঁমিঃ}$ $p_1 = 6\text{সেঁমিঃ}$, $p_2 = 4 \text{ সেঁমিঃ}$

$$\begin{aligned}\text{চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল} &= \frac{1}{2} \times d(p_1 + p_2) \\ &= \frac{1}{2} \times 14 \times (6 + 4) \\ &= 70 \text{ বর্গসেঁমিঃ} (\text{Ans})\end{aligned}$$

২। একটি চতুর্ভুজের কর্ণদুয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 24সেঁমিঃ ও 10সেঁমিঃ এবং তারা পরস্পর লম্বভাবে হেদে করে। চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান: এখানে কর্ণদুয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে $d_1 = 24\text{সেঁমিঃ}$ ও $d_2 = 10\text{সেঁমিঃ}$

$$\text{চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2 = \frac{1}{2} \times 24 \times 10 = 120 \text{ বর্গসেঁমিঃ} (\text{Ans})$$

সমাধান

৩। একটি সামান্তরিকের সন্নিহিত বাহুবয় যথাক্রমে 16 সেমি ও 10 সেমি। এর একটি কর্ণ 14 সেমি হলে, অপর কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

সমাধান : ধরি, ABCD সামান্তরিকের সন্নিহিত বাহু $AB = 16$ সেমি ও $AD = 10$ সেমি। এবং কর্ণ $BD = 14$ সেমি। অতএব $OB = 7$ সেমি।

অপর কর্ণ $AC = ?$

আমরা অ্যাপোলোনিয়াসের সূত্র অনুযায়ী

$\angle ABD$ হতে পাই,

$$AB^2 + AD^2 = 2(OA^2 + OB^2)$$

$$2.OA^2 = AB^2 + AD^2 - 2OB^2$$

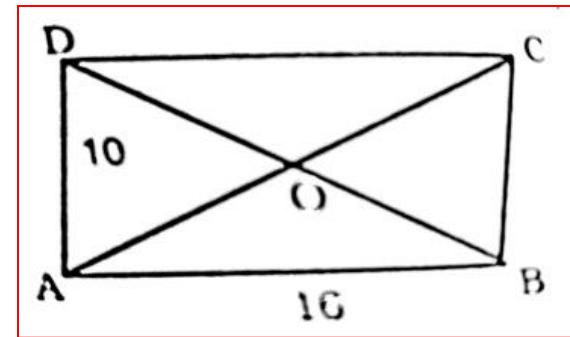
$$2.OA^2 = 16^2 + 10^2 - 2 \cdot 7^2$$

$$2.OA^2 = 256 + 100 - 98$$

$$2.OA^2 = 258$$

$$OA^2 = 129$$

$$OA = 11.36$$



$$\text{অপর কর্ণ } AC = 2 \cdot AO = 2 \times 11.36 = 22.72 \text{ (Ans)}$$

সমাধান

৪। একটি সামান্তরিকের সন্নিহিতবাহুবয়স্থাক্রমে 12মিঃও 8মিঃ। এর একটিকর্ণের দৈর্ঘ্য 10মিঃ হলে ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান: দেওয়া আছে, ABCD সামান্তরিকের সন্নিহিতবাহুবয়স্থাক্রমে AB = a = 12মিঃ ও AD = b = 8মিঃ BD = d = 10 মিঃ

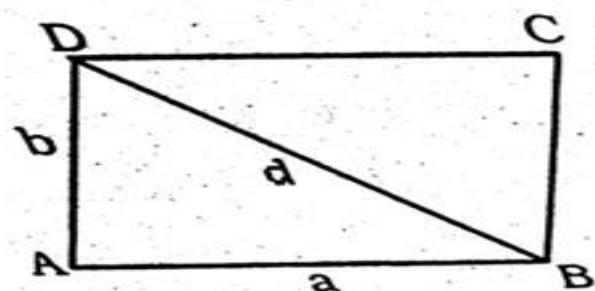
সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল = $2 \times \Delta ABC$

$$= 2 \times \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-d)}, s = \frac{12+8+10}{2} = 15$$

$$= 2 \times \sqrt{15(15-12)(15-8)(15-10)}$$

$$= 2 \times \sqrt{15 \times 3 \times 7 \times 5}$$

$$= 30\sqrt{7} \text{ বর্গমিঃ}$$



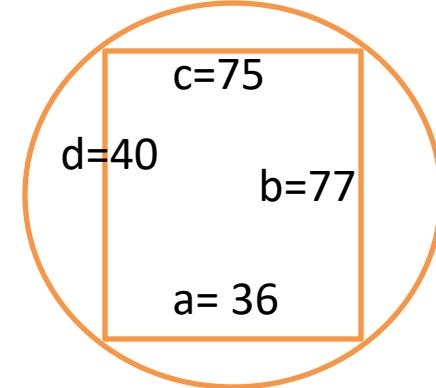
৫। একটি বৃত্তে চতুর্ভুজের বাহ্যগুলো যথৰ্থক্রমে 36 সেমি, 77 সেমি 75 সেমি এবং 40 সেমি হলে
চতুর্ভুজটির ক্ষেত্রফল কত ?

সমাধান : আমরা জানি,

বৃত্তে চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল

$$\begin{aligned}
 &= \sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)(s-d)} \\
 &= \sqrt{(114-36)(114-77)(114-75)(114-40)} \\
 &= \sqrt{78 \times 37 \times 39 \times 74}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \sqrt{8328996} \\
 &= 2886 \\
 &= (\text{Ans})
 \end{aligned}$$



এখানে $a = 36$, $b = 77$, $c = 75$, $d = 40$

$$s = \frac{a+b+c+d}{2}$$

$$s = \frac{36+77+75+40}{2}$$

$$s = \frac{228}{2} = 114$$

দলীয় কাজ



- ১। একটি সামান্তরিকের সন্নিহিত বাহুবয়স্থ থার্কমে 75মিঃও 70মিঃ। এর একটিকর্ণের দৈর্ঘ্য 65মিঃ হলে ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- ২। একটি সামান্তরিক ও বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সমান। যদি সামান্তরিকের ভূমি 80মিঃও উচ্চতা 30মিঃ হয়, তবে বর্গক্ষেত্রের বাহু ও কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।
- ৩। একটি চতুর্ভুজের কর্ণ দ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 30মিঃ এবং 40মিঃ এবং তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 60° । চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- ৪। একটি চতুর্ভুজের কর্ণের দৈর্ঘ্য 20সেঁমিঃ এবং অফসেট দ্বয় 8সেঁমিঃ এবং 4সেঁমিঃ ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- ৫। একটি সামান্তরিকের সন্নিহিত বাহুবয়স্থ থার্কমে 30মিঃও 26মিঃ। এর ছোটকর্ণের দৈর্ঘ্য 28মিঃ হলে বড়কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

একক কাজ



- ১। সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল 120 বর্গমিঃ এবং ভূমি 20 মিঃ হলে উচ্চতা কত?
- ২। একটি সামান্তরিকের কর্ণদৈর্ঘ্য যথাক্রমে 40 মিঃ এবং 30 মিঃ এবং তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 30° । সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- ৩। একটি সামান্তরিকের সন্নিহিত বাহুদ্বয় যথাক্রমে 16 মিঃ ও 12 মিঃ। এর একটিকর্ণের দৈর্ঘ্য 10 মিঃ হলে ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- ৪। একটি বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের বাহুগুলো যথাক্রমে 36 মিঃ, 77 মিঃ, 75 মিঃ ও 40 মিঃ হলে এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- ৫। একটি সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল 300 বর্গমিঃ। এর সন্নিহিত বাহুদ্বয় যথাক্রমে 30 মিঃ ও 20 মিঃ হলে বাহু দুইটির মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয় কর।

পাঠ মূল্যায়ন

- ১। সামান্তরিকের উচ্চতা 20মিঃ এবং ভূমি 30মিঃ হলে ক্ষেত্রফল কত?
- ২। সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল 60বর্গমিঃ এবং ভূমি 30মিঃ হলে উচ্চতা কত?
- ৩। একটি চতুর্ভুজের কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 60 সেঁমিঃ ও 40 সেঁমিঃ এবং তারা পরস্পর লম্বভাবে ছেদ করে । চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর ।
- ৪। একটি চতুর্ভুজের বাহুগুলো যথাক্রমে 12মিঃ,9মিঃ,13মি: ও 14মি: । প্রথম দুটি বাহুর মধ্যর্তী কোণ সমকোণ হলে চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর ।

বাড়ির কাজ

- ১। একটি সামান্তরিকের সন্নিহিত বাহুযথাক্রমে 10মিঃ ও 12মিঃ । এর ছোটকর্ণের দৈর্ঘ্য 8মিঃ হলে অপর কর্ণটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।
- ২। $\triangle ABC$ বৃত্তের ব্যাস এবং $ABCD$ বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের কর্ণ। যদি $AB = 30, BC = 40$ এবং $CD = 10$ একক হয়। AD এর দৈর্ঘ্য কত? চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- ৩। একটি চতুর্ভুজের কর্ণ দ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 30মিঃ এবং 40মিঃ এবং তারাপরস্পর লম্বভাবে ছেদ করে। চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- ৪। একটি বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের বাহুগুলো যথাক্রমে $80\text{মিঃ}, 60\text{মিঃ}, 50\text{মিঃ}$ ও 46মিঃ হলে এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- ৫। একটি চতুর্ভুজের বাহুগুলো যথাক্রমে $12\text{মিঃ}, 12\text{মিঃ}, 8\text{মিঃ}$ ও 10মিঃ । প্রথম দুটির মধ্য তর্তী কোণ 60° হলে চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- ৬। একটি চতুর্ভুজের চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে $15, 20, 25$ ও 30 সেমি। প্রথম দুটি বাহুর মধ্য তর্তী কোণ সমকোণ হলে চতুর্ভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

পাঠ পরিচিতি

বিষয় : ম্যাথমেটিক্স-৩

বিষয় কোডঃ ২৫৯৩১

পাঠ : পরিমিতি

অধ্যায়- রস্বসের ক্ষেত্রফলের ধারণা

সময়: ৪৫মি:

রন্ধন সম্পর্কে ধারনা

- রন্ধনের কি - তা ব্যাখ্যা করা যাবে।
- রন্ধনের বাহর দৈর্ঘ্য নির্ণয়ের সূত্র নির্ণয় করা যাবে।
- রন্ধনের কর্ণ নির্ণয় করা যাবে।
- রন্ধনের পরিসীমা নির্ণয় করা যাবে।
- রন্ধনের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করা যাবে।

শিখন ফল

- যে চতুর্ভুজের চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য পরস্পর সমান তাকে রম্বস বলে।
- প্রকৃত পক্ষে, রম্বস হলো সামান্তরিকের একটি বিশেষ রূপ অর্থাৎ সামান্তরিকের সন্নিহিত বাহুবয় সমান হলে তখন তা রম্বস হয়ে যায়।
- রম্বসকে অনেক সময় ডায়মন্ড বলা হয় কারণ এটি দেখতে অনেকটা ডায়মন্ডের মত।
আবার এটিকে সমবাহু চতুর্ভুজও বলা হয় কারণ এর চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য পরস্পর সমান।
- রম্বসের কর্ণবয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।
- রম্বসের বিপরীত কোণগুলো পরস্পর সমান।
- রম্বসের বাহুগুলোর সমষ্টিকে রম্বসের পরিসীমা বলে।

প্রয়োজনীয় সূত্রাবলী

রম্পসেরবাহুরদৈর্ঘ্য $AB=BC=CD=AD=a$

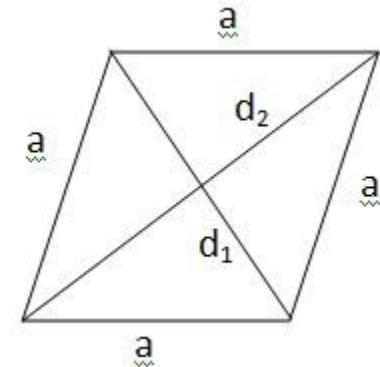
রম্পসেরকর্ণেরদৈর্ঘ্য $= d_1 \text{ ও } d_2$

১। রম্পসের বাহু $a = \frac{1}{2} \sqrt{(d_1^2 + d_2^2)}$

২। রম্পসের ক্ষেত্রফল, $A = \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$

৩। রম্পসের পরিসীমা $= 4a$

৪। রম্পসের উচ্চতা $= \frac{A}{a}$



১। একটি রম্পসের কর্ণগুলো 16 মি ও 32 মি. হলে এর পরিসীমা ও উচ্চতা নির্ণয় কর।

সমাধান : ধরি, ABCD রম্পসের বাহুর দৈর্ঘ্য = a .

রম্পসের পরিসীমা = ?

রম্পসের উচ্চতা = ?

রম্পসের কর্ণ $AC = 32$ মি ও $BD = 16$ মি।

অতএব $AO = OC = 16$ মি এবং $BO = OD = 8$ মি।

এখন, $AB^2 = AO^2 + BO^2$

$$a^2 = 16^2 + 8^2 = 256 + 64 = 320$$

$$a = \sqrt{320}$$

$$a = 17.89$$

অর্থাৎ রম্পসের বাহুর দৈর্ঘ্য = 17.89 মি

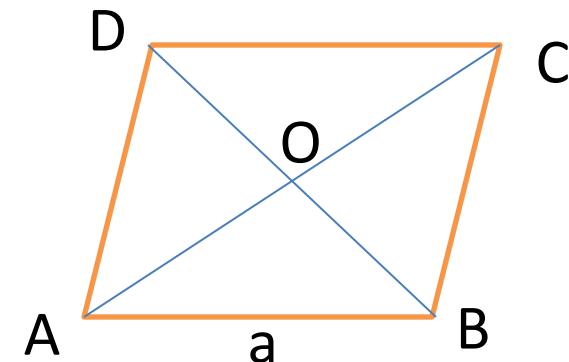
\therefore রম্পসের পরিসীমা = $4a = 4 \times 17.89 = 71.56$ মি

$$\text{রম্পসটির ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times \text{কর্ণদ্বয়ের গুণফল}$$

$$= \frac{1}{2} \times 32 \times 16$$

$$= 256$$

$$\text{রম্পসের উচ্চতা} = \text{রম্পসের ক্ষেত্রফল} \div \text{বাহুর দৈর্ঘ্য} = 256 \div 17.89 = 14.31 \text{ মি}.$$



সমস্যা সমাধান

২। একটি রম্পসের বাহুর দৈর্ঘ্য 78 সেমি । এরএকটি কর্ণ অপরটির $\frac{5}{12}$ অংশ হলেরম্পসের ক্ষেত্রফল ওউচ্চতা নির্ণয় কর ।

সমাধান: ধরি, রম্পসের বাহুর দৈর্ঘ্য $a = 78$ সেমিএবংকর্ণদ্বয় $d_1=12x$, $d_2=5x$ আমরাজানি, $a = \frac{1}{2} \sqrt{(d_1^2+d_2^2)}$

$$\text{বা}, 78 = \frac{1}{2} \sqrt{\{(12x)^2+(5x)^2\}}$$

$$\text{বা}, 156 = \sqrt{(169x^2)}$$

$$\text{বা}, 13x = 156$$

$$\text{বা}, x = 12$$

কর্ণদ্বয়, $d_1=1 \times 12 = 144$ সেমি, $d_2=5 \times 12=60$ সেমি

রম্পসের ক্ষেত্রফল, $A = \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2 = \frac{1}{2} \times 144 \times 60 = 4320$ বর্গসেমি

রম্পসের উচ্চতা $= \frac{A}{a} = \frac{4320}{78} = 55.38$ সেমি

দলীয় কাজ



- ১। একটি রম্পসের কর্ণ দ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 40মিঃএবং 30 মিঃহলেউচ্চতা , ক্ষেত্রফল ও পরিসীমা নির্ণয় কর ?
- ২। একটি রম্পসের পরিসীমা 146মিএবং একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য 55মি । এর অপর কর্ণের দৈর্ঘ্য ও ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর ।
- ৩। একটি রম্পসের পরিসীমা 200মি । এর একটি কর্ণ অপরটির $\frac{7}{24}$ অংশ হলে রম্পসের ক্ষেত্রফল ও উচ্চতা নির্ণয় কর ।
- ৪। একটি রম্পসের কর্ণ দ্বয়ের অনুপাত 15:8 এর পরিসীমা 68 মিহলে এর ক্ষেত্রফল ও উচ্চতা নির্ণয় কর ।

একক কাজ



- ১। একটি রম্বসেরপরিসীমা 30মি এবংএকটিকর্ণের দৈর্ঘ্য 12মি । এরঅপরকর্ণের দৈর্ঘ্য ওক্ষেত্রফল নির্ণয় কর ।
- ২। একটি রম্বসেরঅর্ধপরিসীমা 64মি এবংএকটিঅর্ধকর্ণ 16মি । এরঅপরকর্ণের দৈর্ঘ্য ওক্ষেত্রফল উচ্চতা নির্ণয় কর ।
- ৩। একটি রম্বসেরঅর্ধকর্ণদ্বয়েরদৈর্ঘ্যযথাক্রমে 4মি :এবং 3মি :হলে ক্ষেত্রফল ও পরিসীমানির্ণয়কর?
- ৪। একটি রম্বসের বাহুর দৈর্ঘ্য 78 সেমি । এরএকটি কর্ণ অপরটির $\frac{5}{12}$ অংশ হলেরম্বসের ক্ষেত্রফল উচ্চতা নির্ণয় কর ।

পাঠ মূল্যায়ন

- ১। একটি রম্বসের কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 20মিঃ এবং 10মিঃ হলে ক্ষেত্রফল কত?
- ২। একটি রম্বসের কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 60মিঃ এবং 80মিঃ। রম্বসের বাহুর দৈর্ঘ্য, পরিসীমা, ক্ষেত্রফল ও উচ্চতা নির্ণয় কর।
- ৩। একটি রম্বসের অর্ধকর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 3মিঃ এবং 4মিঃ হলে এর ক্ষেত্রফল ও পরিসীমানির্ণয় কর।
- ৪। একটি রম্বসের বাহুর দৈর্ঘ্য 20 মিএবং ক্ষুদ্রতম একটিকণ বৃহত্তম কর্ণের $\frac{3}{4}$ অংশ। রম্বটির ক্ষেত্রফল ও উচ্চতা নির্ণয় কর।

বাড়ির কাজ

- ১। একটি রম্বসের কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 30মিঃ এবং 40মিঃ । রম্বসের ক্ষেত্রফল ও উচ্চতা নির্ণয় কর।
- ২। একটি রম্বসের কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 45মিঃ এবং 75মিঃ । রম্বসের পরিসীমা, ক্ষেত্রফল ও উচ্চতা নির্ণয় কর।
- ৩। একটি রম্বসের অর্ধ কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 30মিঃ এবং 40মিঃ । রম্বসের বাহুর দৈর্ঘ্য, পরিসীমা, ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- ৪। একটি রম্বসের বাহুর দৈর্ঘ্য 13সেমি । এর একটি কর্ণ অপরটির $\frac{5}{12}$ অংশ হলে রম্বসের ক্ষেত্রফল ও উচ্চতা নির্ণয় কর।
- ৫। একটি রম্বসের কর্ণদ্বয়ের অনুপাত $4:3$ এর পরিসীমা 200মিঃ হলে এর ক্ষেত্রফল ও উচ্চতা নির্ণয় কর।

পাঠ পরিচিতি

বিষয় : ম্যাথমেটিক্স-৩

বিষয় কোডঃ ২৫৯৩১

পাঠ : পরিমিতি

অধ্যায়-২, ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফলের ধারণা

নিচের চিত্রগুলো লক্ষ কর

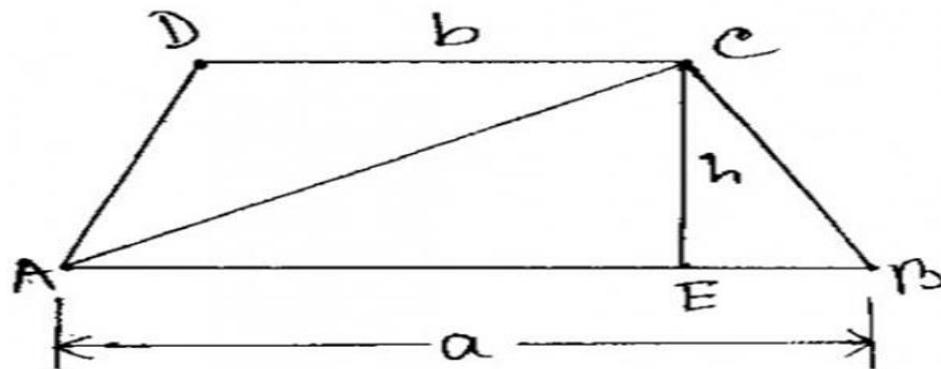




gettyimages
DAJ

এই টিউটোরিয়ালটি শেষে -

- ❖ ট্রাপিজিয়াম কি-তা ব্যাখ্যা করা যাবে।
- ❖ ট্রাপিজিয়ামের পরিসীমা নির্ণয় করা যাবে।
- ❖ ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করা যাবে।
- ❖ ট্রাপিজিয়ামের উচ্চতা নির্ণয়করা যাবে।



ট্রাপিজিয়াম সম্পর্কে ধারনা

যে চতুর্ভুজের একজোড়া বাহু সমান্তরাল তাকে ট্রাপিজিয়াম বলে।
ট্রাপিজিয়ামের একজোড়া বাহু পরস্পর সমান্তরাল।

ট্রাপিজিয়ামের দুইটি সন্নিহিত কোণ পরস্পর সম্পূরক অর্থাৎ সন্নিহিত কোণদ্বয়ের সমষ্টি 180° ।

ট্রাপিজিয়ামের একজোড়া বিপরীত বাহুর মধ্যবিন্দু দুইটি এবং এর কর্ণদ্বয়ের ছেদবিন্দু একই রেখায় অবস্থিত।

ট্রাপিজিয়ামের একটি বাহু ও কর্ণের অন্তর্ভুক্ত কোণ ঐ বাহুর বিপরীত বাহু ও একই কর্ণের অন্তর্ভুক্ত কোণ দুইটি পরস্পর সমান।

প্রয়োজনীয় সূত্রাবলী

ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয় a ও b এবং উচ্চতা h হলে

$$\text{ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল } A = \frac{1}{2}(a + b) \times h$$

$$\text{ট্রাপিজিয়ামের উচ্চতা } h = \frac{2A}{a+b}$$

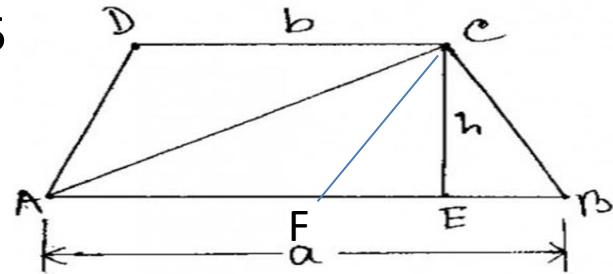
সমস্যা সমাধান

১। একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 68সেমি ও 40 সেমি এবং অপর দুই বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 25 সেমি ও 17 সেমি। ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধানঃ ধরি, ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে $AB = 68$ সেমি ও $CD = 40$

সেমি এবং অপর দুই বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে $AD = 25$ সেমি ও $BC = 17$ সেমি। $AF = CD = 40$, $BF = 68 - 40 = 28$ সেমি এবং $CE = h$ সেমি

$$\begin{aligned}\Delta ABCF &= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}, \quad s = \frac{28+17+25}{2} = 35 \\ &= \sqrt{35(35-28)(35-17)(35-25)} \\ &= 210 \text{ বর্গসেমি}\end{aligned}$$



$$\text{আবার } \Delta BCF = \frac{1}{2} \times BF \times CE$$

$$= \frac{1}{2} \times 28 \times h$$

$$= 14h \text{ বর্গসেমি}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } 14h = 210$$

$$\text{বা, } h = 15$$

$$\begin{aligned}\text{ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল, } A &= \frac{1}{2}(a+b) \times h \\ &= \frac{1}{2}(68+40) \times 15 \\ &= 810 \text{ বর্গসেমি}\end{aligned}$$

প্রশ্ন : একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 46 মি ও 76 মি। অন্য বাহুয়ের দৈর্ঘ্য 26 মি ও 28 মি। হলে ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান : ধরি, ABCD ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল

বাহুয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে $AB = 76$ মি ও $DC = 46$ মি।

অপর বাহুয় $BC = 28$ মি ও $DA = 26$ মি।

এখন $DE \parallel BC$ ও $DF \perp AB$ আঁকি।

$$\therefore DE = BC = 28 \text{ মি} \text{ এবং } BE = DC = 46 \text{ মি।}$$

$$\text{এখন, } AE = AB - BE = 76 - 46 = 30$$

$$\begin{aligned}\triangle ADE \text{ এর ক্ষেত্রফল} &= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \\ &= \sqrt{42(42-30)(42-28)(42-26)} \\ &= \sqrt{42 \times 12 \times 14 \times 16} \\ &= \sqrt{112896} \\ &= 336\end{aligned}$$

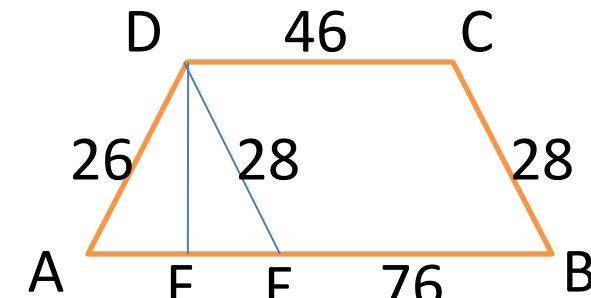
$$\text{আবার } \triangle ADE \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times AE \times DF$$

$$336 = \frac{1}{2} \times 30 \times DF$$

$$15DF = 336$$

$$DF = 22.4$$

$$\text{ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} (AB + CD) \times DF = \frac{1}{2} (76 + 46) \times 22.4 = 1366.4$$



$$a = 30, b = 28, c = 26$$

$$s = \frac{30 + 28 + 26}{2} = \frac{84}{2} = 42$$

সমস্যা সমাধান

২। একটি ট্রাপিজিয়ামের আকৃতিখালের উপরের দৈর্ঘ্য 30 মি এবং নিচের দৈর্ঘ্য 20 মি এবং পাহাড় দ্বয়ের তাল যথাক্রমে 60° এবং 30° । ট্রাপিজিয়ামের আকৃতি খালের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধানঃ ধরি, ট্রাপিজিয়ামের আকৃতিখালের উপরের দৈর্ঘ্য $AB = 30\text{ মি}$ ও নিচের দৈর্ঘ্য $CD = 20\text{ মি}$ এবং $CF = DE = h\text{ মি}$

$$\angle DAE = 60^{\circ} \text{ এবং } \angle CBF = 30^{\circ}$$

$$\text{এখন } \tan DAE = \frac{DE}{AE} \text{ এবং } \tan DAE = \frac{CF}{BF}$$

$$\tan 60^{\circ} = \frac{h}{AE}$$

$$\tan 30^{\circ} = \frac{h}{BF}$$

$$\sqrt{3} = \frac{h}{AE} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{BF}$$

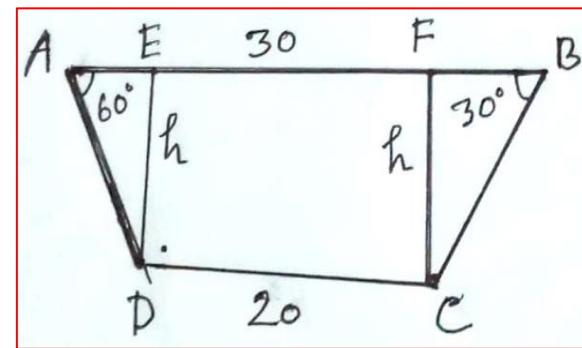
$$AE = \frac{h}{\sqrt{3}} BF = h\sqrt{3}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } AE + EF + BF = AB$$

$$\text{বা, } \frac{h}{\sqrt{3}} + 20 + h\sqrt{3} = 30$$

$$\text{বা, } h = 4.33$$

$$\begin{aligned} \text{ট্রাপিজিয়ামের আকৃতি খালের ক্ষেত্রফল } A &= \frac{1}{2}(a + b) \times h \\ &= 0.5 \times (30 + 20) \times 4.33 \\ &= 108.25 \text{ বর্গমিঃ} \end{aligned}$$



প্রশ্ন : একটি খালে উপর ও নিচের বিস্তার যথাক্রমে 50 সেমি ও 20 সেমি এবং পাড়ুয়ের ঢাল 30° ও 60° হলে খালটির প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান : ধরি, ABCD খালটির প্রস্থচ্ছেদ,

যার $AB = 50$ সেমি ও $CD = 20$ সেমি।

এবং পাড়ুয়ের ঢাল $\angle ABC = 30^\circ$ ও $\angle BAD = 60^\circ$

ও খালটির গভীরতা $DE = CF = h$.

$$\text{এখন, } \tan 30^\circ = \frac{CF}{BF}$$

এবং

$$\tan 60^\circ = \frac{DE}{AE}$$

$$BF = \frac{CF}{\tan 30^\circ}$$

$$AE = \frac{DF}{\tan 60^\circ}$$

$$BF = \frac{h}{\frac{1}{\sqrt{3}}}$$

$$AE = \frac{h}{\sqrt{3}}$$

$$BF = \sqrt{3}h$$

$$\text{আবার } AE + EF + FB = AB$$

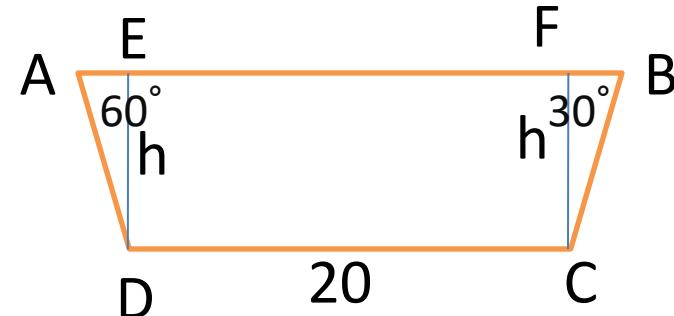
$$\frac{h}{\sqrt{3}} + 20 + \sqrt{3}h = 50$$

$$\frac{h}{\sqrt{3}} + \sqrt{3}h = 30$$

$$\frac{h+3h}{\sqrt{3}} = 30$$

$$4h = 30\sqrt{3}$$

$$h = 12.99$$



$$\begin{aligned} \text{খালটির প্রস্থচ্ছেদ, } A &= \frac{1}{2}(a + b) \times h \\ &= \frac{1}{2}(50 + 20) \times 12.99 \\ &= 454.65 \end{aligned}$$

সমস্যা সমাধান

সমস্যা-৩ : একটি খালের উপর ও নিচের বিস্তার যথাক্রমে 40মি ও 25 মি এবং গভীরতা 12 মি ।
খালটিতে পানির গভীরতা 8 মি হলে পানির উপরিভাগের বিস্তার নির্ণয় কর ।

সমাধানঃ ধরি, খালের উপরের বিস্তার $AB = 40$ মি, নিচের বিস্তার $CD = 25$ মি, গভীরতা $DE = 12$ মি, খালটিতে পানির গভীরতা $DF = 8$ মি এবং পানির উপরিভাগের বিস্তার $MN = x$ মি
 $EF = 12 - 8 = 4$ মি

$$\text{খালের প্রচেন্দের ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2}(AB+CD) \times DE = \frac{1}{2}(40+25) \times 12 \text{ বর্গমি.} = 390 \text{ বর্গমি}$$

$$\begin{aligned}\text{খালের পানির প্রচেন্দের ক্ষেত্রফল} &= \frac{1}{2}(CD+MN) \times DF \\ &= \frac{1}{2}(25+x) \times 8 \text{ বর্গমি.} \\ &= (100+4x) \text{ বর্গমি}\end{aligned}$$

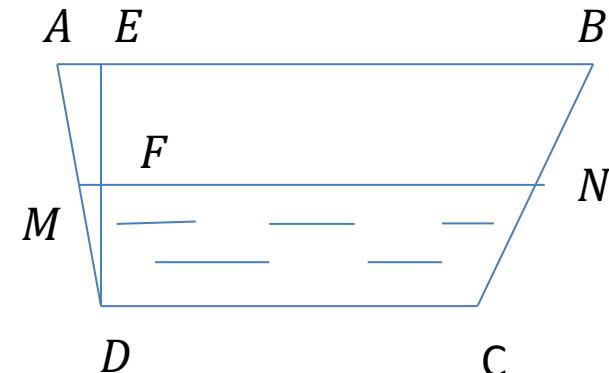
$$\begin{aligned}\text{পানির উপরিঅংশের খালের প্রচেন্দের ক্ষেত্রফল} &= \frac{1}{2}(AB+MN) \times EF \\ &= \frac{1}{2}(40+x) \times 4 \text{ বর্গমি.} \\ &= (80+2x) \text{ বর্গমি}\end{aligned}$$

$$\text{শর্তমতে, } 100+4x + 80+2x = 390$$

$$\text{বা, } 6x = 210$$

$$\text{বা, } x = 35$$

পানির উপরিভাগের বিস্তার 35 মি (উত্তর)



প্রশ্ন : একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহু দুটির একটি অপেক্ষা অন্যটি 5 মি বড় এবং তাদের মধ্যবর্তী লম্ব দূরত্ব 10 মি। ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল 475 ব.মি হলে, সমান্তরাল বাহুয়ের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

সমাধান : ধরি, ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুয়ের ছোট বাহুর দৈর্ঘ্য a মি

অপর বাহুর দৈর্ঘ্য $a+5$ মি

এবং মধ্যবর্তী দূরত্ব $h=10$ মি

$$\therefore \text{ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2}(a + a + 5)h$$

$$475 = \frac{1}{2}(2a + 5)10$$

$$475 = (2a + 5)5$$

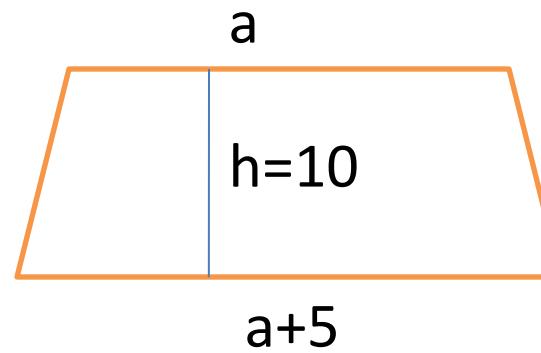
$$475 = 10a + 25$$

$$10a = 450$$

$$\therefore a = 45$$

একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 45 মি

এবং অপর বাহুর দৈর্ঘ্য $45+5=50$ মি



দলীয় কাজ

১. একটি ট্রাপিজিয়াম আকৃতি ক্ষেত্রের সমান্তরাল বাহুদিয়ের দৈর্ঘ্য একটি অপরটি অপেক্ষা 12 মি বড় এবং এদের মধ্যবর্তী লম্ব দূরত্ব 12 মি। ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল 216 বর্গমি। সমান্তরাল বাহুদিয়ের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।
২. একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদিয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 50 সেমি ও 70 সেমি এবং অপর দুই বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 25 সেমি ও 31 সেমি। ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
৩. একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদিয়ের অন্তর 8 মি এবং এদের মধ্যবর্তী লম্ব দূরত্ব 24 মি। যদি ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল লম্ব দূরত্বের 13 গুণ হয় ,তবে সমান্তরাল বাহুদিয়ের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।
৪. একটি খালের উপর ও নিচের বিস্তার যথাক্রমে 50মি ও 20 মি এবং গভীরতা 12 মি। খালটিতে পানির গভীরতা 4 মি হলে পানির উপরিভাগের বিস্তার নির্ণয় কর।

একক কাজ



- ১। একটি ট্রাপিজিয়ামআকৃতি
দৈর্ঘ্যএকটিঅপরটিঅপেক্ষা4মিলিমিটার এবং এদেরমধ্যবর্তী
ক্ষেত্রফল112বর্গসেমি। সমান্তরালবাহুয়ের দৈর্ঘ্যনির্ণয় কর।
- ২। একটি ট্রাপিজিয়ামেরসমান্তরালবাহুয়েরঅন্তর8সেমি এবং এদেরমধ্যবর্তী লম্ব
দূরত্ব 24সেমি। যদি ট্রাপিজিয়ামেরক্ষেত্রফল312বর্গসেমি.
হয়, তবেসমান্তরালবাহুয়ের দৈর্ঘ্যনির্ণয় কর।
- ৩। একটিখালেরপ্রচেছদেরউপরের দৈর্ঘ্য30মি এবংনিচের দৈর্ঘ্য
20মি এবংপাহাড়বয়েরটালযথাক্রমে 45° এবং 60° । খালের ক্ষেত্রফল নির্ণয়
কর।

পাঠ মূল্যায়ন

- ১। একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহু দুটি এর দূরত্বের দ্বিগুণ ও ত্রিগুণ।
ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল 490 বর্গমি. হলে এটির লম্ব দূরত্ব নির্ণয় কর।
- ২। একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের যোগফল 30 সেমি এবং ক্ষেত্রফল 270 বর্গসেমি । ট্রাপিজিয়ামের উচ্চতা কত?
- ৩। একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 46 সেমি ও 76 সেমি এবং অপর দুই বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 26 সেমি ও 28 সেমি । ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- ৪। একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 24সেমি ও 52 সেমি এবং অপর দুই বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 26 সেমি ও 30 সেমি । ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

বাড়ির কাজ

- ১। একটি ট্রাপিজিয়ামেরসমান্তরালবাহুয়েরদৈর্ঘ্য যথাক্রমে 91সেমি ও 51সেমি এবং অপর দুইবাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 37 সেমি ও 13 সেমি। ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- ২। একটি ট্রাপিজিয়ামেরক্ষেত্রফল নির্ণয় করযারবাহুগুলোযথাক্রমে 13সেমি, 11সেমি, 15সেমি ও 25সেমি এবং দ্বিতীয়বাহুটি চতুর্থ বাহুটিরসমান্তরাল।
- ৩। একটিখালেরপ্রচেছদেরউপরেরদৈর্ঘ্য 40মি এবং নিচের দৈর্ঘ্য 20মি এবং পাহাড় দ্বয়ের তালযথাক্রমে 30° এবং 60° । খালেরক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- ৪। একটিখালেরপ্রচেছদেরউপরেরদৈর্ঘ্য 50সেমি এবং নিচের দৈর্ঘ্য 20সেমি এবং পাহাড় দ্বয়ের তালযথাক্রমে 90° এবং 60° । খালের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- ৫। একটিখালেরউপর ও নিচেরবিস্তারযথাক্রমে 30 মি ও 20মি এবং গভীরতা 10মি। খালেরপানিরউপরিভাগেরবিস্তার 26মিলিপানিরগভীরতানির্ণয় কর।

পাঠ পরিচিতি

বিষয় : ম্যাথেমেটিক্স-৩

বিষয় কোডঃ ২৫৯৩১

পাঠ : পরিমিতি

অধ্যায়-৩, সুষম বহুজ

(Regular Polygons)

নিচের চিত্রগুলো লক্ষ কর



এই টিউটোরিয়ালটি শেষে -

- ১। বহুভুজের সংজ্ঞা বলতে পারবে ।
- ২। সুষম বহুভুজের সংজ্ঞা বলতে পারবে ।
- ৩। বহুভুজের অন্তঃস্থ ও বহিঃস্থ কোণের পরিমাণ জানবে ।
- ৪। সুষম বহুভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে পারবে ।
- ৫। সুষম ষড়ভুজ, অষ্টভুজ ও দ্বাদশভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করা জানবে ।

বহুভুজ

বহুভুজ : চারটির অধিক সরল রেখাদ্বাৰা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্ৰকে বহুভুজ বলে ।

বহুভুজের বাহুর সংখ্যানুসারে বহুভুজের নামকরণ কৰা হয় । যেমন- পাঁচ, ছয় ও সাত বাহুবিশিষ্ট বহুভুজ কে যথাক্রমে পঞ্চভুজ, ষড়ভুজ, ও সপ্তভুজ বলে ।

সুষম বহুভুজ: যে বহুভুজের সকল বাহু ও কোণগুলো সমান তা কে সুষম বহুভুজ বলে ।

কোন বহুভুজের বাহুর সংখ্যা n হলে অন্তঃকোণ সমষ্টি $(2n - 4)$ সমকোণ $(n - 2) \times 180^\circ$

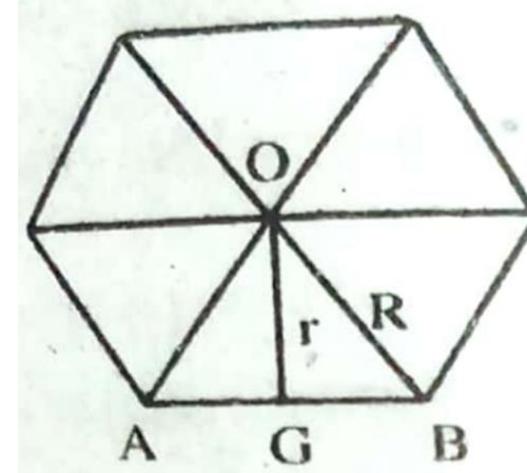
n বাহুবিশিষ্ট সুষম বহুভুজের প্রতিটি অন্তঃকোণের পরিমাণ $\frac{2n-4}{n}$ সমকোণ বা $(\frac{n-2}{n}) \times 180^\circ$

বহুভুজের বহিঃকোণ কোণের পরিমাণ 360° এবং সুষম বহুভুজের প্রতিটি বহিঃকোণের পরিমাণ $\frac{360^\circ}{n}$, এখানে $n =$ বাহুর সংখ্যা ।

প্রয়োজনীয় সূত্রাবলী

১। n বাহুবিশিষ্টসুষমবহুজেরবাহু ও অন্তর্ভুক্তেরব্যাসার্ধ দেয়া
থাকলে ক্ষেত্রফলনির্ণয় :

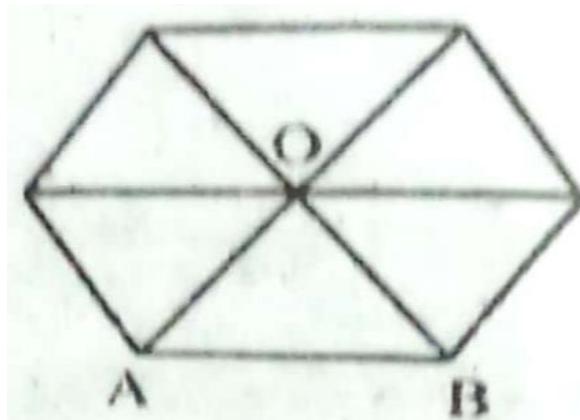
$$\text{বহুজটির ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} nar$$



২। n বাহুবিশিষ্টসুষমবহুজেরবাহু ও পরিবৃত্তেরব্যাসার্ধ দেয়া
থাকলে ক্ষেত্রফলনির্ণয় :

$$\text{বহুজটির ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} nar = \frac{1}{2} na \sqrt{R^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}$$

সুষম ষড়ভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় :



৩। সুষমষড়ভুজের ক্ষেত্রফলনির্ণয় :

ধরি, সুষমষড়ভুজের কেন্দ্রবিন্দু O এবং বাহু $AB = a$ ।

অতএব OAB একটিসমবাহু ত্রিভুজ ।

$$\Delta OAB \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

$$\text{সুষমষড়ভুজের ক্ষেত্রফল} = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2$$

সুষম অষ্টভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় :

৪। সুষম অষ্টভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয়:

ধরি, সুষম অষ্টভুজের বাহু $AB = BC = a$

এবং অন্তর্বৃত্তের ব্যাসার্ধ $OL = r$

সমকোণী ত্রিভুজ BCM হতে পাই

$$BM^2 + CM^2 = BC^2$$

$$2BM^2 = a^2 \quad [CM = BM]$$

$$BM = \frac{a}{\sqrt{2}} \text{ এবং } LB = MN = ON = \frac{a}{2} \quad [\text{কারণ } ONM \text{ সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ বলে}]$$

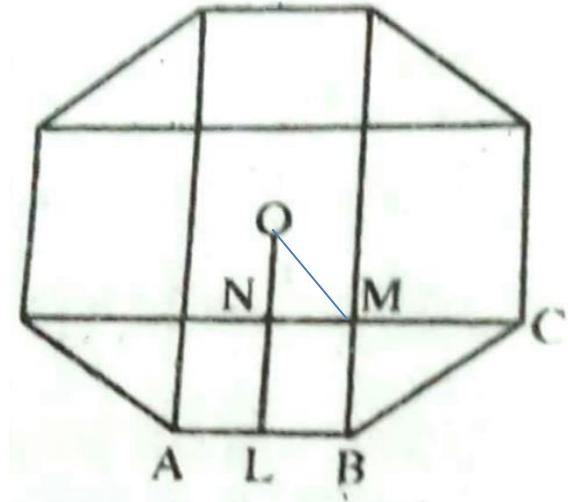
$$r = OL = ON + NL = ON + BM = \frac{a}{2} + \frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{a}{2}(1 + \sqrt{2})$$

আমরাজানি, বহুভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}nar$ বর্গএকক

$$\begin{aligned} \text{সুষম অষ্টভুজের ক্ষেত্রফল} &= \frac{1}{2} \times 8 \times a \times \frac{a}{2} (1 + \sqrt{2}), \text{ এখানে } n=8 \\ &= 2(1 + \sqrt{2})a^2 \text{ বর্গএকক} \end{aligned}$$

৫। সুষম দ্বাদশভুজের বাহু a একক হলে

$$\text{সুষম দ্বাদশভুজের ক্ষেত্রফল} = 3(2 + \sqrt{3})a^2 \text{ বর্গএকক}$$



সমস্যা সমাধান

১।(ক) সুষমবড়ভুজের অন্তঃস্থ কোণগুলোর সমষ্টি কত সমকোণবাডিগি?

সমাধান: সুষমবড়ভুজের অন্তঃস্থ কোণগুলোর সমষ্টি = $(2n - 4)$ সমকোণ

$$= (2 \times 6 - 4) \text{ সমকোণ}, \text{ এখানে } n=6$$

$$= 8 \text{ সমকোণ}$$

$$= 8 \times 90^\circ$$

$$= 720^\circ \text{ (Ans.)}$$

(খ) সুষমঅষ্টভুজের অন্তঃস্থ কোণগুলোর সমষ্টি কত সমকোণবাডিগি?

সমাধান: সুষমঅষ্টভুজের অন্তঃস্থ কোণগুলোর সমষ্টি = $(2n - 4)$ সমকোণ

$$= (2 \times 8 - 4) \text{ সমকোণ}, \text{ এখানে } n=8$$

$$= 12 \text{ সমকোণ}$$

$$= 12 \times 90^\circ$$

$$= 1080^\circ \text{ (Ans.)}$$

সমস্যা সমাধান

২। একটি সুষমবড়ভুজেরবাহুরদৈর্ঘ্য $10\sqrt{3}$ সেমিহলেএরক্ষেত্রফল নির্ণয় কর ।

সমাধান:সুষমবড়ভুজেরবাহুরদৈর্ঘ্য $a = 10\sqrt{3}$ সেমি

$$\text{সুষমবড়ভুজেরক্ষেত্রফল} = \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2 \text{ বর্গসেমি}$$

$$= \frac{3\sqrt{3}}{2} (10\sqrt{3})^2 \text{ বর্গসেমি}$$

$$= 450\sqrt{3} \text{ বর্গসেমি} \text{ (Ans)}$$

৩। একটি সুষমঅষ্টভুজেরবাহুরদৈর্ঘ্য 10 সেমিহলেএরক্ষেত্রফল নির্ণয় কর ।

সমাধান:সুষমঅষ্টভুজেরবাহুরদৈর্ঘ্য $a = 10$ সেমি

$$\text{সুষম অষ্টভুজের ক্ষেত্রফল} = 2(1 + \sqrt{2})a^2$$

$$= 2(1 + \sqrt{2})(10)^2$$

$$= 200(1 + \sqrt{2}) \text{ বর্গসেমি} \text{ (Ans)}$$

প্রশ্ন : একটি সুষম ষড়ভূজের ক্ষেত্রফল $216\sqrt{3}$ বর্গসেমি। এর বাহুর সমান বাহুবিশিষ্ট সুষম অষ্টভূজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান : ধরি, সুষম ষড়ভূজের বাহুর দৈর্ঘ্য = a

$$\therefore \text{সুষম ষড়ভূজের ক্ষেত্রফল} = \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2$$

শর্তে, $\frac{3\sqrt{3}}{2} a^2 = 216\sqrt{3}$

$$3a^2 = 432$$

$$a^2 = 144$$

$$a = 12$$

সুষম অষ্টভূজের বাহুর দৈর্ঘ্য = a=12

$$\begin{aligned}\therefore \text{সুষম অষ্টভূজের ক্ষেত্রফল} &= 2(1 + \sqrt{2})a^2 \\ &= 2(1 + 1.414)12^2 \\ &= 2 \times 2.414 \times 144 \\ &= 659.29\end{aligned}$$

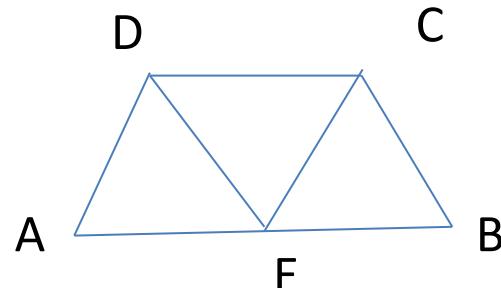
সমস্যা সমাধান

৫। একটি ঘরের সম্মুখভাগের দৈর্ঘ্য 16মি. । এর সামনে সুষম ষড়ভুজের তিনবাহুর আকারে বারান্দা দেয়া হল। বারান্দার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধানঃ ধরি, ঘরের সম্মুখভাগের দৈর্ঘ্য $AB = 16\text{মি.}$ এবং সুষম ষড়ভুজের তিনবাহুর আকারে বর্ধিত বারান্দা $ABCD$ । E , এর মধ্যবিন্দু AB । CE যেগিকরি। ΔOAB একটিসমবাহু ত্রিভুজ।

$$BC = BE = \frac{1}{2} \times AB = \frac{1}{2} \times 16 = 8 \text{ মি.}$$

$$\begin{aligned}\text{বারান্দার ক্ষেত্রফল} &= \frac{1}{2} \times \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2 \text{ বর্গমিঃ} \\ &= \frac{3\sqrt{3}}{4} (8)^2 \text{ বর্গমিঃ} \\ &= 48\sqrt{3} \text{ বর্গমিঃ} \text{(Ans.)}\end{aligned}$$



প্রশ্নঃ একটি 40 মি বাহুবিশিষ্ট বর্গকার ঘরের সম্মুখভাগে সুষম অষ্টভূজের সন্নিহিত বাহুর আকৃতির একটি বারান্দা তৈরি করা হল। বারান্দার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধানঃ ধরি, বর্গকার ঘরের বাহুর দৈর্ঘ্য $AB = 40$ মি।

এর সামনে সুষম অষ্টভূজের সন্নিহিত তিন বাহু আকৃতির বারান্দা $ABCD$ ।

ধরি অষ্টভূজের বাহুর দৈর্ঘ্য $AD = CD = BC = a$.

সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ $\triangle ADE$ হতে পাই

$$AE^2 + DE^2 = AD^2$$

$$AE^2 + AE^2 = AD^2 [\because AE = DE]$$

$$2AE^2 = a^2$$

$$AE^2 = \frac{a^2}{2}$$

$$AE = \frac{a}{\sqrt{2}} = BF$$

$$\therefore AE + EF + FB = AB = 40$$

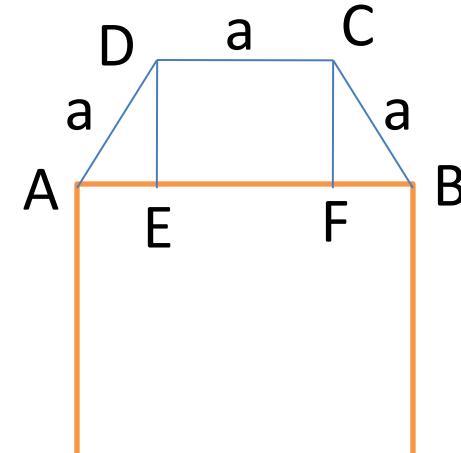
$$\frac{a}{\sqrt{2}} + a + \frac{a}{\sqrt{2}} = 40$$

$$\frac{2a}{\sqrt{2}} + a = 40$$

$$a(\sqrt{2} + 1) = 40$$

$$a = \frac{40}{(\sqrt{2} + 1)} = \frac{40}{1.414 + 1} = \frac{40}{2.414}$$

$$\therefore a = 16.57$$



$$\therefore AE = DE = \frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{16.57}{\sqrt{2}} = 11.72$$

\therefore বারান্দার ক্ষেত্রফল

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2}(AB + DC) \times DE = \frac{1}{2}(40 + 16.57) \times 11.72 \\
 &= 331.50 \text{ (Ans)}
 \end{aligned}$$

প্রশ্নঃ একটি বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য $40\sqrt{2}$ মি. হলে, উক্ত বর্গের অন্তলিখিত অষ্টভূজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধানঃ ধরি, ABCD বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য = $40\sqrt{2}$ মি.

ধরি, অষ্টভূজের বাহুর দৈর্ঘ্য $NE = EF = a$.

সমদ্বিবাহু সমকেণ্টী ত্রিভুজ $\triangle ANE$ হতে পাই

$$AN^2 + AE^2 = NE^2$$

$$AE^2 + AE^2 = a^2 [\because AE = AN]$$

$$2AE^2 = a^2$$

$$AE^2 = \frac{a^2}{2}$$

$$AE = \frac{a}{\sqrt{2}} = BF$$

$$\therefore AE + EF + FB = AB = 40\sqrt{2}$$

$$\frac{a}{\sqrt{2}} + a + \frac{a}{\sqrt{2}} = 40\sqrt{2}$$

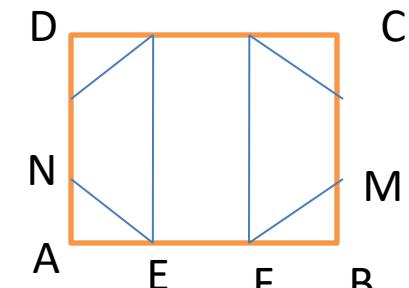
$$\frac{2a}{\sqrt{2}} + a = 40\sqrt{2}$$

$$a(2 + \sqrt{2}) = 40\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}$$

$$a = \frac{80}{(2 + \sqrt{2})} = \frac{80}{2 + 1.414} = \frac{40}{3.414}$$

$$\therefore a = 23.43$$

$$\begin{aligned} \text{বর্গের অন্তলিখিত অষ্টভূজের ক্ষেত্রফল} &= 2(1 + \sqrt{2})a^2 = 2(1 + 1.414)(23.43)^2 = 2 \times 2.414 \times 548.965 \\ &= 2650.64 \end{aligned}$$



সমস্যা সমাধান

৭। একটি সুষম ষড়ভুজাকার উঠানের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য 30 মি। উঠানটির ভিতরে সবদিকে সীমানা ঘেঁষে 2মিটার চওড়া একটি পাকা রাস্তা তৈরি করা হলো। প্রতি বর্গমিটার 5 টাকা হিসেবে ঐ রাস্তা মেরামত করতে কত খরচ হবে?

সমাধানঃ ধরি, সুষম ষড়ভুজাকৃতিমাঠের বাহু $AB = a = 30$ মি

$$\begin{aligned}\text{উঠানের ক্ষেত্রফল} &= \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2 \text{ বর্গমিঃ} \\ &= \frac{3\sqrt{3}}{4} (30)^2 \text{ বর্গমিঃ} \\ &= 2338.27 \text{ বর্গমিঃ}\end{aligned}$$

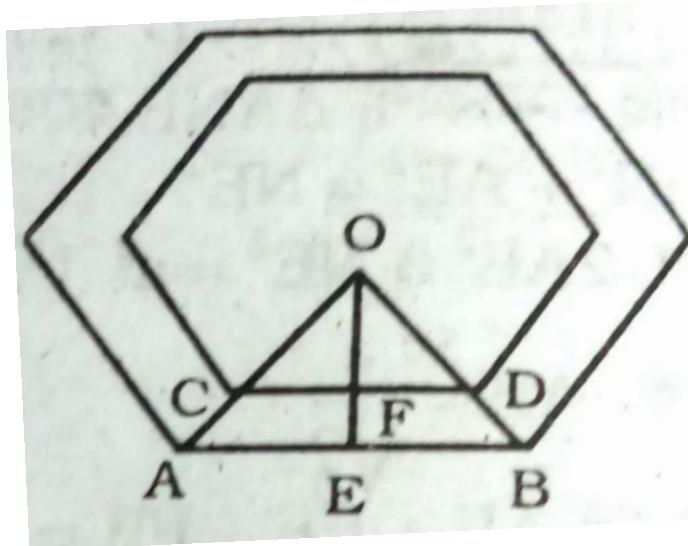
OE , AB এর উপর লম্ব।

যেহেতু $\triangle OAB$ একটি সমবাহু ত্রিভুজ।

$$OE = \frac{\sqrt{3}}{2} a = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 30 = 25.98$$

যেহেতু পাকা রাস্তার চওড়া $EF = 2$ মিটার

$$OF = OE - EF = 25.98 - 2 = 23.98$$



সমস্যা সমাধান

ধরি ,রাষ্ট্রাবাদে ষড়ভুজেরবাহু $CD = x$ মি

$$\text{শর্তমতে}, \frac{\sqrt{3}}{2}x = 23.98$$

$$\text{বা}, x = 27.69$$

$$\begin{aligned}\text{রাষ্ট্রাবাদে উঠানেরক্ষেত্রফল} &= \frac{3\sqrt{3}}{2} x^2 \text{ বর্গমিঃ} \\ &= \frac{3\sqrt{3}}{4} (27.69)^2 \text{ বর্গমিঃ} \\ &= 1992.04 \text{ বর্গমিঃ}\end{aligned}$$

$$\text{পাকারাষ্ট্রারক্ষেত্রফল} = 233827 - 1992.04$$

$$= 346.23 \text{ বর্গমিঃ}$$

$$\text{রাষ্ট্রাকরতে মোটখরচহবে} = (346.23 \times 5) \text{ টাকা}$$

$$= 1731.15 \text{ টাকা (উত্তর)}$$

দলীয় কাজ



১. একটি সুষমষড়ভুজের ক্ষেত্রফল $60\sqrt{3}$ বর্গমি। এরবাহুর সমানবাহুবিশিষ্টসুষমঅষ্টভুজেরক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
২. সমানপরিসীমাবিশিষ্টএকটি সুষমষড়ভূজ,
একটিসুষমঅষ্টভূজএবংএকটিসুষমদ্বাদশভুজেরক্ষেত্রফলেরঅনুপাতনির্ণয় কর।
৩. একটি কক্ষের সম্মুখভাগেরদৈর্ঘ্য 20মি। এরসামনেসুষমষড়ভুজেরতিনবাহুর আকারেবারান্দা দেয়া হল। বারান্দার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
৪. একটি বর্গকারঘরের দৈর্ঘ্য 40মি। এরসামনেসুষমঅষ্টভুজেরতিনবাহুর আকারেবারান্দা দেয়া হল। বারান্দাসহঘরেরক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- ৫। একটি বর্গক্ষেত্রেরবাহুরদৈর্ঘ্য $40\sqrt{2}$ মিলিমিটার উক্ত বর্গক্ষেত্রেরঅন্তর্লিখিতসুষমঅষ্টভুজের ক্ষেত্রফলনির্ণয় কর।

একক কাজ



- ১। একটি সুষমঅষ্টভুজেরবাহুরদৈর্ঘ্য $10\sqrt{3}$ সেমি হলে এরক্ষেত্রফল নির্ণয় কর ।

২। একটি সুষমঅষ্টভুজেরক্ষেত্রফল ৮০ বর্গসেমি । এরবাহুর
সমানবাহুবিশিষ্টসুষমষড়ভুজেরক্ষেত্রফল নির্ণয় কর ।

৩। একটি বর্গক্ষেত্রেরবাহুরদৈর্ঘ্য $10\sqrt{2}$ মি হলে অন্তর্লিখিতসুষমঅষ্টভুজের
ক্ষেত্রফলনির্ণয় কর ।

৪। একটিসুষমষড়ভুজাকারমাঠেরপ্রতিবাহুর দৈর্ঘ্য ৫০মি.। এরভিতরে সবদিকে সীমানা
হেঁষে ২মিটার চওড়া একটি রাস্তা তৈরিকরা হলো । রাস্তাটিরক্ষেত্রফলনির্ণয় কর ।

পাঠ মূল্যায়ন

- ১। n বাহুবিশিষ্টসুষমবহুজেরবাহু a ও অন্তর্বৃত্তেরব্যাসার্ধ r হলে
ক্ষেত্রফলেরসূত্রটিলিখ ।
- ২। একটি সুষমবহুজের ক্ষেত্রফল $40\sqrt{3}$ বর্গমি । এরবাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর ।
- ৩। একটি বর্গেরক্ষেত্রফল 72 বর্গমি । এই বর্গেরঅন্তর্লিখিতসুষমঅষ্টভুজের
ক্ষেত্রফলনির্ণয় কর ।
- ৪। একটিসুষমবহুজাকারমাঠেরপ্রতিবাহুর দৈর্ঘ্য 14মি. । এরভিতরেসবদিকেসীমানা
ঘেঁষে 3মিটার চওড়াএকটি রাস্তা তৈরিকরাহলো । রাস্তাটির ক্ষেত্রফলনির্ণয় কর ।

বাড়ির কাজ

- ১। একটি বর্গাকার ঘরের দৈর্ঘ্য 36মি.। এর সামনে সুষম ষড়ভুজের তিনবাহুর আকারে বারান্দা দেয়া হল। বারান্দার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- ২। একটি সুষম অষ্টভুজের ক্ষেত্রফল 250 বর্গমি। এর বাহুর সমান বাহু বিশিষ্ট সুষম ষড়ভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- ৩। একটি বর্গের অন্তর্লিখিত সুষম অষ্টভুজের ক্ষেত্রফল $36(1 + \sqrt{2})$ বর্গমিহলে বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
৪. একই বৃত্তে অন্তর্লিখিত একটি সুষম ষড়জ ও একটি সুষম অষ্টভুজের ক্ষেত্রফলের অনুপাত নির্ণয় কর।
- ৫। একটি বর্গের ক্ষেত্রফল 3200 বর্গমি। ঐ বর্গের অন্তর্লিখিত সুষম অষ্টভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- ৬। একটি সুষম ষড়ভুজ কার মাঠের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য 40মি.। এর ভিতরে সবদিকে সীমানা ঘেঁষে 4মিটার চওড়া একটি রাস্তা তৈরি করা হলো। প্রতি বর্গমিটার 150টাকা হিসেবে ঐ রাস্তামের মত করতে কত খরচ হবে?

পাঠ পরিচিতি

বিষয় : ম্যাথমেটিক্স-৩

বিষয় কোডঃ ২৫৯৩১

পাঠ : পরিমিতি

অধ্যায়-৪, বৃত্ত, বৃত্তকলা এবং বৃত্তাংশ

(Circles Sectors and Segments)

এই অধ্যায়ের পাঠ শেষে.....

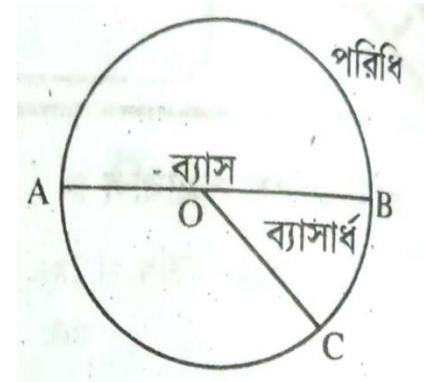
- ১। বৃত্ত , কেন্দ্র ,ব্যাসার্ধ,ব্যাস ও পরিধির সংজ্ঞা জানতে পারবে ।
- ২। বৃত্তের জ্যা , বৃত্তচাপ , বৃত্তকলা ও বৃত্ত বলয়ের সংজ্ঞা জানতে পারবে ।
- ৩। বৃত্তের ফ্রেফল নির্ণয় করতে পারবে ।

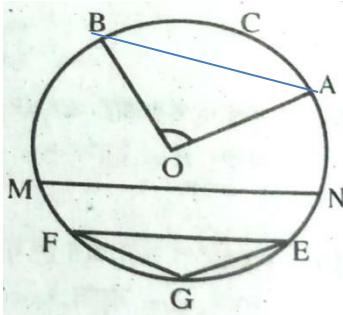
নিচের চিত্রগুলো লক্ষ কর



শিখন ফল

- ❖ **বৃত্ত** : একই সমতলে অবস্থিত একটি নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে সমদূরবর্তী সকল বিন্দু দ্বারা গঠিত সুষম আবক্ষ বক্রাকার চিত্রকে বৃত্ত বলে।
- ❖ **কেন্দ্র** : যে বিন্দুকে স্থির নির্দিষ্ট করে অপর বিন্দু বক্ররেখা সৃষ্টি করে ঐ নির্দিষ্ট বিন্দুকে বৃত্তের কেন্দ্র বলে।
- ❖ **ব্যাসার্ধ** : বৃত্তের কেন্দ্র থেকে পরিধির উপর যে কোন বিন্দুর দূরত্বকে বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে।
- ❖ **পরিধি** : গতিশীল বিন্দু যে পথের সৃষ্টি করে তাকে বৃত্তের পরিধি বলে।
- ❖ **ব্যাস** : বৃত্তের কেন্দ্র দিয়ে অতিক্রমকারী রেখাংশের প্রান্তবিন্দুস্থ বৃত্তের পরিধির উপর অবস্থিত হলে, ঐ রেখাংশকে বৃত্তের ব্যাস বলে। বৃত্তের ব্যাস বৃত্তের ব্যাসার্ধের দ্বিগুণ।





- ❖ বৃত্তের জ্যা : বৃত্তের পরিধির উপর যে কোন দুইটি বিন্দুর সংযোজক রেখাংশকে বৃত্তের জ্যা বলে। এখানে **AB** একটি জ্যা।
- ❖ বৃত্তচাপ : বৃত্তের পরিধির যে কোন অংশকে বৃত্ত চাপ বলে।
এখানে **ACB** একটি বৃত্তচাপ।
- ❖ বৃত্তাংশ : বৃত্তের একটি জ্যা ও একটি চাপ দ্বারা গঠিত অঞ্চলকে বৃত্তাংশ বলে।
এখানে **ACBA** একটি বৃত্তাংশ।
- ❖ বৃত্তকলা বা বৃত্তীয় ক্ষেত্র : বৃত্তের দুইটি ব্যাসার্ধ ও একটি চাপ দ্বারা গঠিত অঞ্চলকে
বৃত্তকলা বা বৃত্তীয় ক্ষেত্র বলে। এখানে **AOBCA** একটি বৃত্তকলা।
- ❖ বৃত্ত বলয় : কোন বৃত্তের দুইটি সমান্তরাল জ্যা এর মধ্যবর্তী অংশকে বৃত্ত বলয় বলে।
এখানে **MNEF** একটি বৃত্ত বলয়।

বৃত্তের পরিধি ও ক্ষেত্রফল নির্ণয়:

১। বৃত্তেরপরিধিনির্ণয়:

একটি বৃত্তেরপরিধিও ব্যাসেরঅনুপাতএকটিত্রিভৰসংখ্যা ।

$$\text{অতএব } \frac{\text{বৃত্তের পরিধি}}{\text{ব্যাস}} = \text{ধ্রুবক}$$

বৃত্তেরপরিধি= ধ্রুবক× ব্যাস= πd এখানে , ব্যাস= d

বৃত্তেরব্যাসার্ধ r হলে , বৃত্তেরপরিধি= $2\pi r$

২। বৃত্তেরক্ষেত্রফলনির্ণয়:

$$\text{বৃত্তের ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times \text{বৃত্তের পরিধি} \times \text{ব্যাসার্ধ}$$

$$= \frac{1}{2} \times 2\pi r \times r$$

$$= \pi r^2 \text{ বর্গএকক}$$



বৃত্তকলার চাপের দৈর্ঘ্য নির্ণয়:

৩। বৃত্তকলার চাপের দৈর্ঘ্য নির্ণয়:

মনেকরি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABCD বৃত্তের ব্যাসার্ধ r একক।

বৃত্তের একটিচাপ BC = l একক, বৃত্তের কেন্দ্রে α° কোণ উৎপন্ন করে।

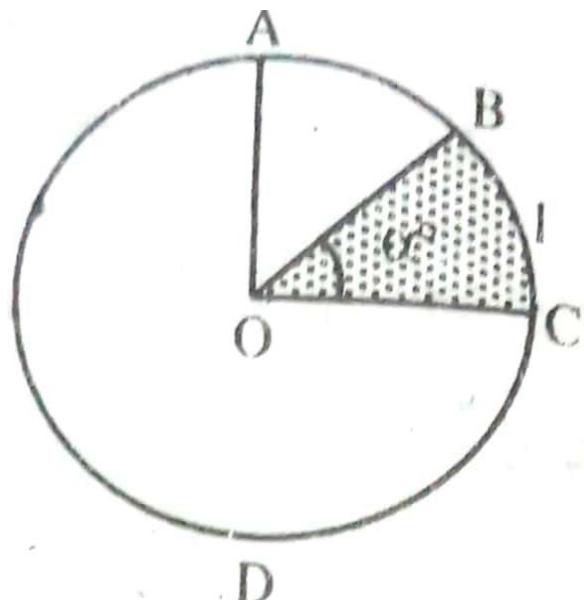
OA, OC এর উপর লম্ব।

$$\text{অতএব } \frac{\text{চাপ } BC}{\text{চাপ } AC} = \frac{BOC}{AOC} = \frac{\alpha^\circ}{90^\circ}$$

$$\text{চাপ } BC = \frac{\alpha^\circ}{90^\circ} \times \text{চাপ } AC$$

$$= \frac{\alpha^\circ}{90^\circ} \times \frac{2\pi r}{4}$$

$$\text{বৃত্তকলার চাপের দৈর্ঘ্য}, l = \frac{\alpha^\circ}{360^\circ} \times 2\pi r \text{ একক}$$



বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল নির্ণয়:

৪। বৃত্তেরব্যাসার্ধ r একক ও বৃত্তের কেন্দ্রে α° কোণ

উৎপন্নকরলেবৃত্তকলার ক্ষেত্রফলনির্ণয়:

মনেকরি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABCD বৃত্তেরব্যাসার্ধ r একক।

বৃত্তকলা BOC বৃত্তের কেন্দ্রে α° কোণউৎপন্নকরে।

OA, OC এরউপর লম্ব।

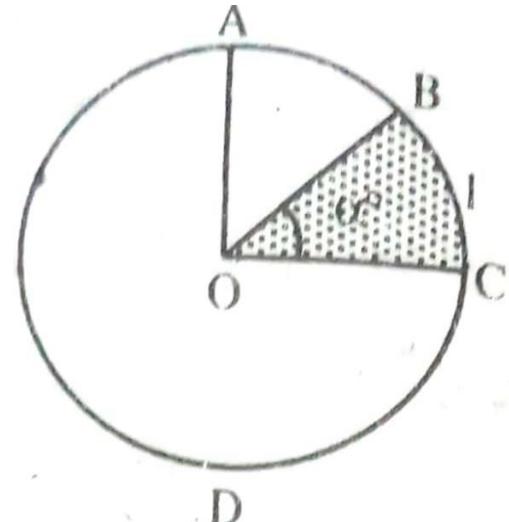
$$\text{অতএব } \frac{\text{বৃত্তকলা } BOC \text{ এর ক্ষেত্রফল}}{\text{বৃত্তকলা } AOC \text{ এর ক্ষেত্রফল}} = \frac{\alpha^\circ}{90^\circ}$$

$$\text{বৃত্তকলা } BOC \text{এর ক্ষেত্রফল} = \frac{\alpha^\circ}{90^\circ} \times \text{বৃত্তকলা } AOC \text{এর ক্ষেত্রফল}$$

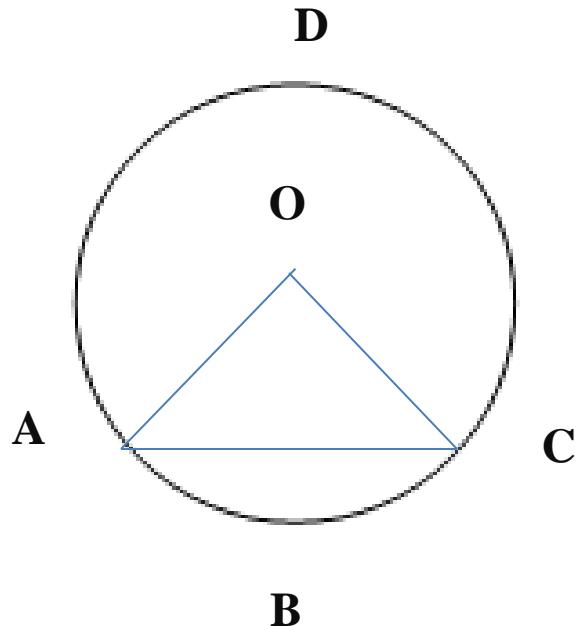
$$= \frac{\alpha^\circ}{90^\circ} \times \frac{\pi r^2}{4} = \frac{\alpha^\circ}{360^\circ} \times \pi r^2 \text{বর্গএকক}$$

৫। বৃত্তেরব্যাসার্ধ r একক ও বৃত্তের চাপের দৈর্ঘ্য lএকক হলে

$$\text{বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} lr \text{বর্গএকক}$$



বৃত্তাংশের ক্ষেত্রফল নির্ণয়:



- (ক) উপবৃত্তাংশ ABC এর ক্ষেত্রফল=বৃত্তকলা $OABC$ ক্ষেত্রফল - ΔOAC এর ক্ষেত্রফল
(খ) অধিবৃত্তাংশ ADC এর ক্ষেত্রফল=বৃত্তকলা $OADC$ ক্ষেত্রফল+ ΔOAC এর ক্ষেত্রফল

বৃত্তবলয়ের ক্ষেত্রফল নির্ণয়:

(ক) বৃত্তবলয় ABCD এর ক্ষেত্রফল

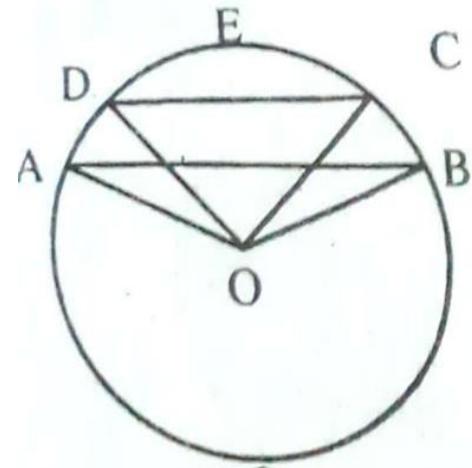
=বৃত্তাংশ AEB ক্ষেত্রফল – বৃত্তাংশ CED এর ক্ষেত্রফল

$=($ বৃত্তকলা OAEB এর ক্ষেত্রফল – ΔOAB এর
ক্ষেত্রফল $) – ($ বৃত্তকলা OCED এর ক্ষেত্রফল – ΔOCD এর
ক্ষেত্রফল $)$

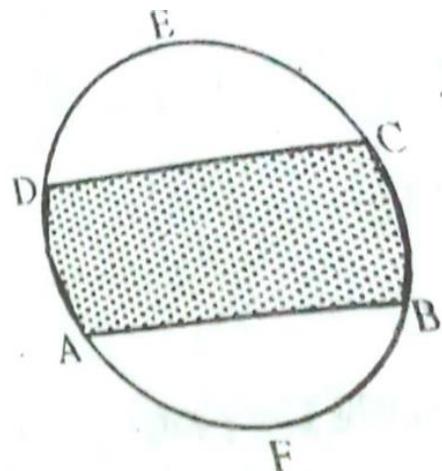
$= ($ বৃত্তকলা OAEB এর ক্ষেত্রফল – বৃত্তকলা OCED এর
ক্ষেত্রফল $) + ($ ΔOCD এর ক্ষেত্রফল – ΔOAB এর ক্ষেত্রফল $)$

(খ) বৃত্তবলয় ABCD এর ক্ষেত্রফল

=বৃত্তাংশ AEB এর ক্ষেত্রফল – বৃত্তাংশ CED এর ক্ষেত্রফল



চিত্র-
ক



চিত্র-খ

সমস্যা সমাধান

সমস্য-১। একটিবৃত্তের ক্ষেত্রফল 616 বর্গসেমি। উক্ত বৃত্তের অন্তর্লিখিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান: ধরি , বৃত্তের ব্যাসার্ধ r সেমি

$$\text{প্রশ্নমতে}, \pi r^2 = 616$$

$$\text{বা}, r^2 = 616/\pi = 196$$

$$\text{বা}, r = 14$$

এখন বৃত্তের অন্তর্লিখিত বর্গের কর্ণ বৃত্তের ব্যাসের সমান।

বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য $=(2 \times 14)$ সেমি $= 28$ সেমি

বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times \text{কর্ণদ্বয়ের গুণফল}$

$$= \frac{1}{2} \times (28 \times 28) \text{ সেমি} = 392 \text{ বর্গসেমি} (\text{Ans})$$

সমস্যা সমাধান

সমস্য- ২। একটিঘুরানোসিঁড়িরব্যাস 5মি. । এর খাড়া উচ্চতা 30মি. । সিঁড়িটির 3 পাকআছে। সিঁড়িটিরহাতলের দৈর্ঘ্য নির্ণয়কর।

সমাধান: ধরি, EG সিঁড়ির এক পাকেরউচ্চতা , যার আরান্ত E বিন্দু ও শেষ G বিন্দু । এখনসঁড়িটির EG অংশকে EG বরাবরখাড়াভাবেকেটে $ABCD$ আয়তক্ষেত্রপাওয়াযায়। এখানে $AB =$ সিঁড়িরপরিধি এবং $BC = EG =$ এক পাকেরউচ্চতা ।

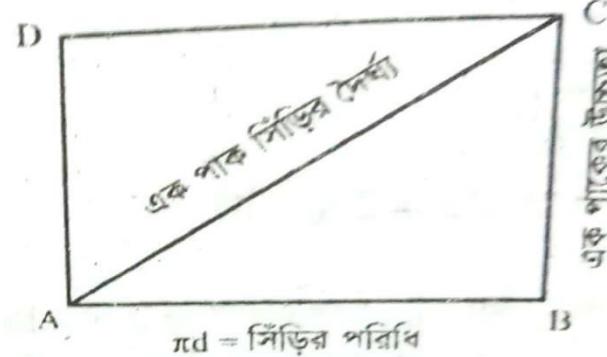
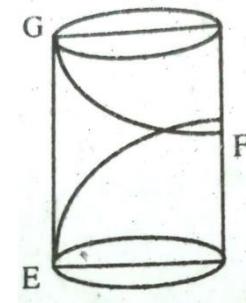
$$AB = \pi d = (5 \times \pi) \text{মি.} = 15.7 \text{মি.} \text{। এখানে, ব্যাস} = d = 5 \text{ মি.।}$$

$$BC = 30 \div 3 = 10 \text{ মি.।}$$

$$\text{এখন} AC^2 = AB^2 + BC^2 = (15.7)^2 + (10)^2 = 346.74$$

$$AC = 18.62$$

$$\begin{aligned} \text{সিঁড়িটিরহাতলের দৈর্ঘ্য} &= 18.62 \times 3 \\ &= 55.86 \text{ মি.। (Ans)} \end{aligned}$$



এক পাক উচ্চতা

সমস্যা সমাধান

সমস্য- ৩। একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ 9 সেমি। বৃত্তকলা কেন্দ্রে 90° কোণটিৎপন্ন করলে বৃত্তাংশের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

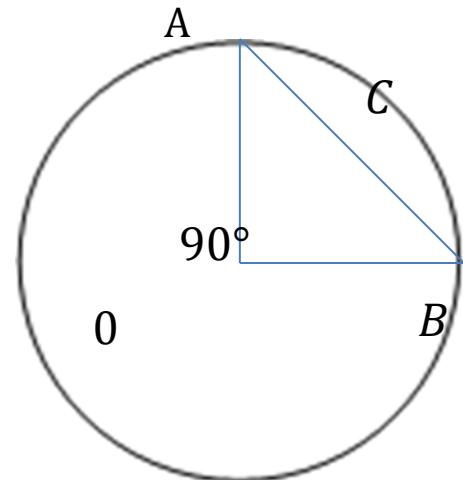
সমাধান: বৃত্তের ব্যাসার্ধ $r = OA = OB = 9$ সেমি
 $\angle AOB = 90^\circ$

$$\begin{aligned} \text{বৃত্তকলা } AOB \text{ এর ক্ষেত্রফল} &= \frac{90^\circ}{360^\circ} \times \pi \times 9^2 \text{ বর্গসেমি} \\ &= 63.62 \text{ বর্গসেমি} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta OAB \text{ এর ক্ষেত্রফল} &= \frac{1}{2} \times OA \times OB \text{ বর্গসেমি} \\ &= \frac{1}{2} \times 9 \times 9 \text{ বর্গসেমি} \\ &= 40.50 \text{ বর্গসেমি} \end{aligned}$$

বৃত্তাংশ ABC এর ক্ষেত্রফল

$$\begin{aligned} &= \text{বৃত্তকলা } AOB \text{ ক্ষেত্রফল} - \Delta OAB \text{ এর ক্ষেত্রফল} \\ &= (63.62 - 40.50) \text{ বর্গসেমি} \\ &= 23.12 \text{ বর্গসেমি} \text{ (Ans)} \end{aligned}$$



সমস্যা সমাধান

সমস্যা-৪: একটি বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য 14মি। এর চারটি কৌণিক বিন্দুতে চারটি বৃত্ত এমনভাবে অংকন করা হল যে, প্রতিটি বৃত্ত অপর দু'টি বৃত্তকে স্পর্শ করে। বৃত্ত চারটির মধ্যবর্তী সাধারণ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান: বর্গেরপ্রতিটিবাহুরদৈর্ঘ্য 14মি।

$$\text{প্রতিটিবৃত্তেরব্যাসার্ধ} = 14/2 \text{মি} = 7 \text{মি}$$

$$\text{বর্গেরক্ষেত্রফল} = (14)^2 \text{বর্গমি.} = 196 \text{বর্গমি.}$$

$$\begin{aligned}\text{প্রতিটিবৃত্তেরএকচতুর্থাংশেরক্ষেত্রফল} &= \frac{1}{4} \times \pi r^2 = \frac{1}{4} \times \pi \times \\&= 38.5 \text{বর্গমি.}\end{aligned}$$

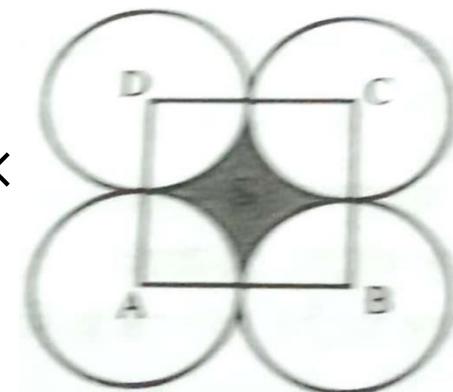
বৃত্তচারটিরমধ্যবর্তীসাধারণক্ষেত্রেরক্ষেত্রফল

$$= \text{বর্গেরক্ষেত্রফল} - 4 \times \text{একটি বৃত্তেরএকচতুর্থাংশেরক্ষেত্রফল}$$

$$= (196 - 4 \times 38.5) \text{ বর্গমি.}$$

$$= (196 - 154) \text{ বর্গমি.}$$

$$= 42 \text{ বর্গমি.}(উত্তর)$$



দলীয় কাজ

১।

একটিবৃত্তাকারমাঠকেঘিরেএকটিরাস্তাআছে।রাস্তাটিরভিতরেরপরিধি 44 মি বড়। রাস্তাটিরবিস্তারনির্ণয়কর।

২। একটিগাড়িরসামনেরচাকারব্যাস 28সেমি এবংপিছনেরচাকার ব্যাস35 সেমি। 88মি. পথযেতেসামনেরচাকাপিছনেরচাকাঅপেক্ষাকতবাররেশিদ্ধুরবে?

৩। একটি

বৃত্তেরব্যাস $5\sqrt{2}$ সেমি। এরঅন্তর্লিখিতবর্গক্ষেত্রেবর্গক্ষেত্রেরঅন্তর্লিখিতবৃত্তেরক্ষেত্রফলেরপার্থক্যনির্ণয়কর।

৪। একটি বৃত্তেরব্যাসার্ধ 6 সেমি। বৃত্তকলা কেন্দ্রে 60° কোণটৎপন্নকরলেবৃত্তাংশেরক্ষেত্রফলনির্ণয় কর।

৫। একটিঘুরানোসিঁড়িরব্যাস6মি.। এর খাড়া উচ্চতা40মি। সিঁড়িটির5পাকআছে। সিঁড়িটিরহাতলের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

একক কাজ

১। বৃত্তের পরিধি 44সেমি হলে এর ক্ষেত্রফল কত?

২। একটি গাড়িরসামনের ওপিছনেরচাকারব্যাসেরপার্থক্য 7সেমি । 176মি.
পথযেতেসামনেরচাকাঅপেক্ষাপিছনেরচাকা 40বার
চাকাদ্বয়েরব্যাসবেরকর।
রেশিঘুরে।

৩। একটিবর্গেরবাহু ৮২সেমি। বর্গ
বর্গেরঅন্তর্লিখিতবৃত্তউভয়েরমধ্যেরফাঁকাঅংশেরক্ষেত্রফলনির্ণয়কর।

৪। একটিবৃত্তাকারমাঠেরক্ষেত্রফল ৫
উক্তমাঠেরভিতরদিয়েসীমানাধৰেএকটিপথআছে।

যদিপথেরক্ষে এফলমাঠেরক্ষে এফলের $\frac{1}{10}$ অংশহয়, তবে পথের বিস্তার নির্ণয়কর।

মূল্যায়ন

- ১। বৃত্তের ক্ষেত্রফল **154** বর্গসেমি হলে এর ব্যাস কত?
- ২। একটি ঘুরানো সিঁড়ির ব্যাস 6 মি.। এর খাড়া উচ্চতা 40মি। সিঁড়িটির 5 পাক আছে। সিঁড়িটির হাতলের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর ।
- ৩। একটি বর্গের বাহু **42**সেমি। বর্গ ও বর্গের অন্তর্লিখিত বৃত্ত উভয়ের মধ্যের ফাঁকা অংশের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- ৪। 6সেমি ব্যাসার্ধবিশিষ্ট তিনটি বৃত্ত পরস্পরকে বহিস্থভাবে স্পর্শ করে। এদের মধ্যবর্তী ফাঁকা অংশের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

বাড়ির কাজ

১। একটিবৃত্তাকাররিংএরক্ষেত্রফল 1320 বর্গসেমি এরভিতরেরব্যাস 16 সেমি
হলেবাইরেরবৃত্তেরব্যাসার্ধনির্ণয়কর।

২। একটিবৃত্তাকাররিংএরভিতরেরও বাইরেরব্যাসার্ধযথাক্রমে 21 সেমি এবং
 28 সেমি হলেবৃত্তাকাররিংএরক্ষেত্রফলনির্ণয়কর।

৩। একটি

বৃত্তেরব্যাসার্ধ $7\sqrt{2}$ মি। এরঅন্তলিখিতবর্গক্ষেত্রএবংবর্গক্ষেত্রেরঅন্তলিখিতবৃত্তেরক্ষেত্র
ফলেরপার্থক্যনির্ণয়কর।

৪। একটিঘুরানোসিঁড়িরব্যাস 2 মি। এর খাড়া উচ্চতা 10 মি। সিঁড়িটির 5 পাকআছে।
সিঁড়িটিরহাতলের দৈর্ঘ্য নির্ণয়কর।

৫। একটি

বৃত্তাকারবাগানেরক্ষেত্রফল

9 এয়র।

উক্তবাগানেরভিতরদিয়েসীমানাছেঁষেএকটিপাকারাস্তাআছে।

যদিরাস্তারক্ষেত্রফলবাগানেরক্ষেত্রফলের $\frac{1}{3}$ অংশহয়, তবেরাস্তারপ্রস্থনির্ণয়কর। [

1 এয়র= 100 বর্গমিটার]

৬। 7 সেমি ব্যাসার্ধবিশিষ্টতিনটিবৃত্তপরস্পরকেবহিস্তভাবেস্পর্শকরে।

পাঠ পরিচিতি

বিষয় : ম্যাথমেটিক্স-৩

বিষয় কোডঃ ২৫৯৩১

পাঠ : পরিমিতি

অধ্যায়-৫, আয়তাকার ঘনবস্তু ও ঘনক

(Rectangular Solids and Cubes)

নিচের চিত্রগুলো লক্ষ কর

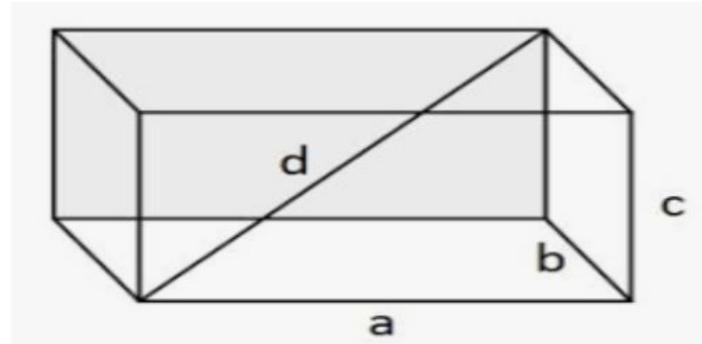


এই অধ্যায়ের পাঠ শেষে.....

- ১। আয়তাকার ঘনবস্তুর সংজ্ঞা কী জানতে পারবে ।
- ২। ঘনকের সংজ্ঞা কী জানতে করতে পারবে ।
- ৩। আয়তাকার ঘনবস্তু ও ঘনকের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করা জানতে পারবে ।
- ৪। আয়তাকার ঘনবস্তু ও ঘনকের আয়তন নির্ণয় করা জানতে পারবে ।

আয়তাকার ঘনবস্তুর

আয়তাকার ঘনবস্তু: যে বহুতলক পরস্পর লম্ব ছয়টি আয়তাকার তল দ্বারা গঠিত তাকে আয়তাকার ঘনবস্তু বলে। আয়তাকার তলগুলোকে আয়তাকার ঘনবস্তুর পৃষ্ঠতল বলে।



আয়তাকারঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থও উচ্চতাযথাক্রমে a, b, c হলে

১। আয়তাকারঘনবস্তুর আয়তন = দৈর্ঘ্য×প্রস্থ× উচ্চতা

$$=abc \text{ ঘনএকক}$$

২। আয়তাকারঘনবস্তুর কর্ণ $d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ একক

৩। আয়তাকারঘনবস্তুর ক্ষেত্রফল $= 2(ab + bc + ca)$ বর্গএকক

ঘনক

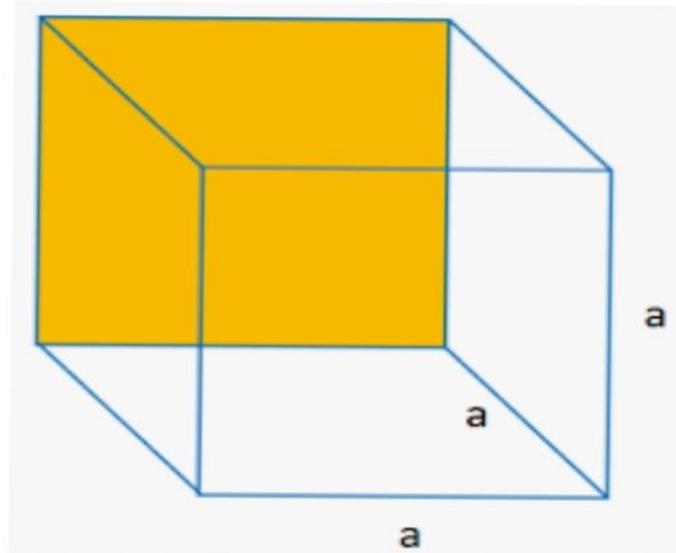
ঘনক : পরস্পর লম্ব ছয়টি বর্গাকার সর্বসম তল দ্বারা যে বহুতলক গঠিত তাকে ঘনক বলে। বর্গাকার তলগুলোকে ঘনকের পৃষ্ঠতল বলে।

ঘনকের ধারণাবাহু a হলে

$$1। \text{ঘনকেরআয়তন} = a^3 \text{ঘনএকক}$$

$$2। \text{ঘনকেরকর্ণ} = a\sqrt{3} \text{ একক}$$

$$3। \text{ঘনকেরফ্রেন্ডেফল} = 6a^2 \text{বর্গএকক}$$



সমস্যা সমাধান

সমস্যা-১। আয়তাকারঘনবক্ষ্টর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতাযথাক্রমে ৭সেমি, ৬ সেমি
এবং ২ সেমি হলেএরকর্ণের দৈর্ঘ্য কত?

সমাধান : এখানে, $a = 7$, $b = 6$, $c = 2$

$$\begin{aligned}\text{আয়তাকার ঘনবক্ষ্টর কর্ণ} &= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = \sqrt{7^2 + 6^2 + 2^2} \\ &= \sqrt{121} \\ &= 11 \text{সেমি}\end{aligned}$$

সমস্যা-২। একটিঘনকেরবাহুর দৈর্ঘ্য ৫সেমি হলেএরআয়তন মোট ক্ষেত্রফল ও
কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর ।

সমাধান : এখানে, ঘনকেরধারবাবাহু $a = 5$ সেমি

$$\text{ঘনকেরআয়তন} = a^3 = 5^3 \text{ ঘনসেমি} = 125 \text{ ঘনসেমি}$$

$$\begin{aligned}\text{ঘনকের ক্ষেত্রফল} &= 6a^2 \text{ বর্গসেমি} = 6 \times 5^2 \text{ বর্গসেমি} \\ &= 150 \text{ বর্গসেমি}\end{aligned}$$

$$\text{ঘনকেরকর্ণ} = a\sqrt{3} \text{ সেমি}$$

$$= 5 \times \sqrt{3} \text{ সেমি} = 5\sqrt{3} \text{ সেমি}$$

সমস্যা সমাধান

সমস্যা-৩। আয়তাকার ঘনবক্ষ্টর কর্ণের দৈর্ঘ্য 87সেমি। ঘনবক্ষ্টটির দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা অনুপাত 21:16:12 হলে সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর ।

গমাধান: ধরি, আয়তাকারঘনবক্ষ্টর দৈর্ঘ্য $a = 21x$, প্রস্থ $b = 16x$ ও উচ্চতা $c = 12x$

$$\text{আয়তাকারঘনবক্ষ্টর কর্ণের দৈর্ঘ্য}, d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

$$= \sqrt{(21x)^2 + (16x)^2 + (12x)^2}$$

$$= \sqrt{441x^2 + 256x^2 + 144x^2}$$

$$= \sqrt{841x^2}$$

$$= 29x$$

$$\text{প্রশ্নমতে}, 29x = 87$$

$$\text{বা}, x = 3$$

$$\text{দৈর্ঘ্য} a = 21 \times 3 = 63 \text{ সেমি}, \text{ প্রস্থ} b = 16 \times 3 = 48 \text{ সেমি}$$

$$\text{ও উচ্চতা} c = 12 \times 3 = 36 \text{ সেমি}$$

$$\text{আয়তাকারঘনবক্ষ্টর সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল} = 2(ab + bc + ca)$$

$$= 2\{(63 \times 48) + (48 \times 36) + (36 \times 63)\}$$

$$= 14040 \text{ বর্গ সেমি}$$

$$\text{আয়তাকারঘনবক্ষ্টর আয়তন} = abc = 63 \times 48 \times 36$$

$$= 108864 \text{ ঘনসেমি}$$

দলীয় কাজ

- ১। আয়তাকারঘনবক্তুর কর্ণের দৈর্ঘ্য $16\sqrt{3}$ সেমি। ঘনবক্তুটির দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতাঅনুপাত $5:4:3$ হলেসম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফলও আয়তননির্ণয়কর।
- ২। আয়তাকারঘনবক্তুর সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল 2350 বর্গসেমি। ঘনবক্তুটির দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতাঅনুপাত $5:4:3$ হলেএর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ, উচ্চতানির্ণয়কর।
- ৩। একটিঘনকেরআয়তন 125 ঘনসেমিহলেএরবাহুর দৈর্ঘ্য,মোট ক্ষেত্রফল ও কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয়কর।
- ৪। একটিআয়তাকারবাক্সের বাহিরেরদৈর্ঘ্য,প্রস্থ ও উচ্চতাযথাক্রমে
 10 সেমি, 8 সেমি, 6 সেমিএবংএরভিতরেরসম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল 208 বর্গসেমি। এর
সবগুলোদেওয়ালেরবেধসর্বত্রসমানহলে,তারবেধনির্ণয়কর।

একক কাজ

- ১। আয়তাকার ঘনবক্ষ্টর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে 5মি,3 মি এবং 2 মি হলে
এর আয়তন ও ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর ।
- ২। একটি ঘনকের আয়তন 216ঘনসেমি হলে এর কর্ণের দৈর্ঘ্য, মোট ক্ষেত্রফল ও
আয়তন নির্ণয় কর ।
- ৩। তিনটি ঘনকের ধার যথাক্রমে 5 সেমি, 4 সেমি,3 সেমি । এদের মিশ্রণে একটি
নতুন ঘনকের ধার ও কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর ।
- ৪। ঢাকনাসহ একটি কাঠের বাক্সের বহির্ভাগের দৈর্ঘ্য,প্রস্থ ও উচ্চতা
যথাক্রমে 12সেমি,10 সেমি,8 সেমি এবং এর ভিতরের সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল
376 বর্গসেমি । বাক্সটির কাঠের পুরত্ব নির্ণয় কর ।

পাঠ মূল্যায়ন

- ১। একটি ঘনকের বাহুর দৈর্ঘ্য 6সেমি হলে এর মোট ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর ।
- ২। একটি ঘনকের সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল 72 বর্গসেমি হলে এর কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর ।
- ৩। আয়তকার ঘনবক্তুর আয়তন 1152 ঘনসেমি । ঘনবক্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা অনুপাত যথাক্রমে 12:4:3 হলে এর মাত্রাসমূহ ও সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর ।
- ৪। তিনটি ঘনকের ধার যথাক্রমে 5 সেমি, 4 সেমি, 3 সেমি । এদের মিশ্রণে একটি নতুন ঘনকের সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর ।

বাড়ির কাজ

- ১। আয়তাকারঘনবক্তুর সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল 4700 বর্গসেমি। ঘনবক্তুটির দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতাঅনুপাত $5:4:3$ হলেএর দৈর্ঘ্য,প্রস্থ,উচ্চতা ও আয়তননির্ণয়কর ।
- ২। একটিঘনকেরকর্ণের দৈর্ঘ্য $7\sqrt{3}$ সেমি হলেএরআয়তন ও মোট ক্ষেত্রফলনির্ণয় কর ।
- ৩। ঢাকনাসহএকটিবাক্সের বহির্ভাগের দৈর্ঘ্য,প্রস্থ ও উচ্চতাযথাক্রমে 10 সেমি, 9 সেমি, 7 সেমিএবংএরভিতরেরসম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল 262 বর্গসেমি । বাক্সটিরবেধনির্ণয়কর ।
- ৪। একটিআয়তাকারঘনবক্তুর পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল 48 বর্গসেমি এরউচ্চতা 3 সেমিএবংকর্ণেরদৈর্ঘ্য 13 সেমি । আয়তাকারঘনবক্তুটির দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ওসম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফলনির্ণয় কর ।
- ৫। আয়তাকারঘনবক্তুর আয়তন 648 ঘনসেমি। ঘনবক্তুটির দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতাঅনুপাতযথাক্রমে $4:3:2$ হলেএরকর্ণের দৈর্ঘ্য ওসম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফলনির্ণয় কর ।

পাঠ পরিচিতি

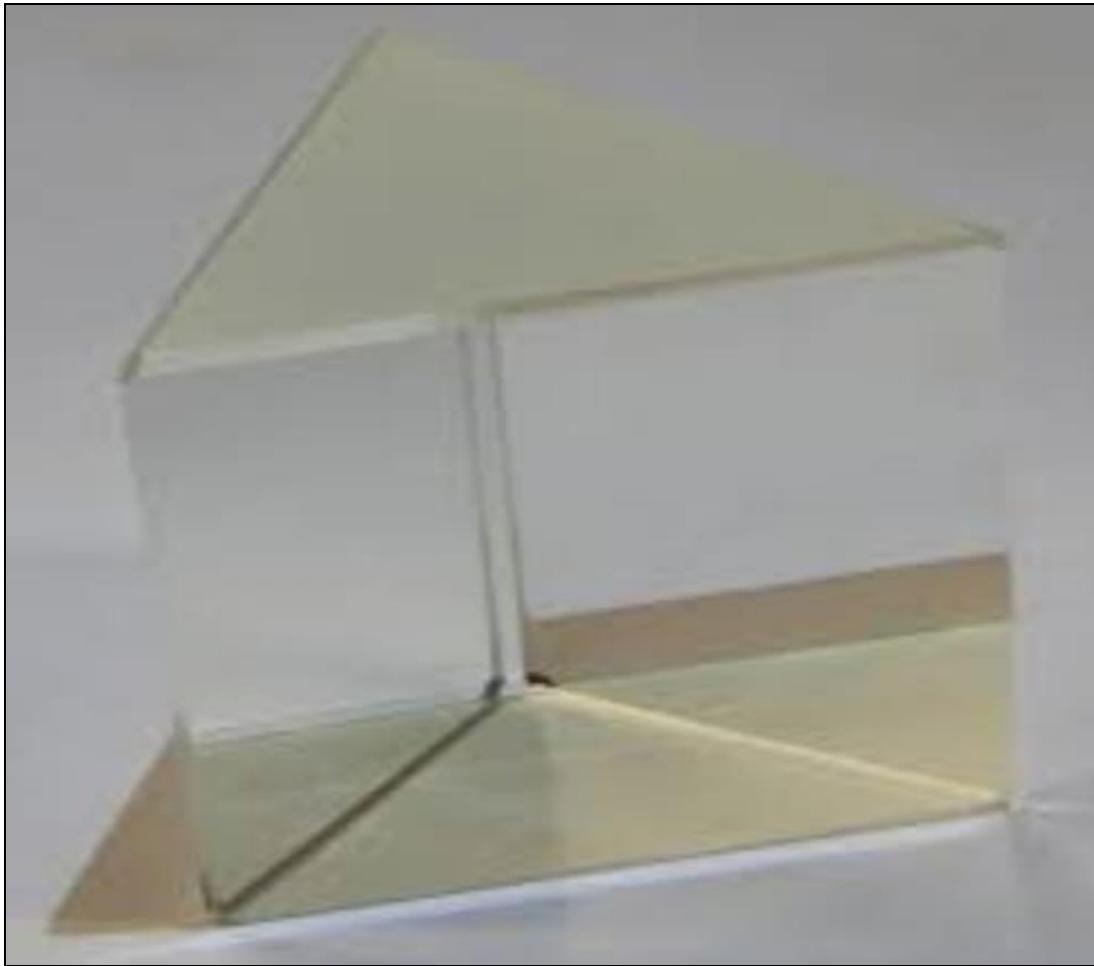
বিষয় : ম্যাথমেটিক্স-৩

বিষয় কোডঃ ২৫৯৩১

পাঠ : পরিমিতি

অধ্যায়-৬, প্রিজমের ক্ষেত্রফল ও আয়তন সম্পর্কে ধারণা ।

নিচের চিত্রগুলো লক্ষ কর



এই টিউটোরিয়ালটি শেষে –

- ❖ প্রিজম কাকে বলে তা বলতে পারা যাবে।
- ❖ প্রিজমের ক্ষেত্রফল এর সূত্র জানা যাবে।
- ❖ প্রিজমের আয়তন এর সূত্র জানা যাবে।

প্রিজম

প্রিজম: যে বহুতলকের ভূমি তল ও উপরিতল দুইটি পরস্পর সমান্তরাল ও সর্বসম বহুজ এবং পার্শ্ব তলগুলো সামান্য রিকতা কে প্রিজম বলে।

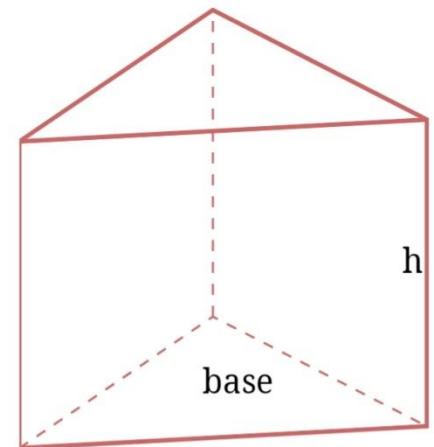
প্রিজমের ভূমির ক্ষেত্রফল = A

উচ্চতা = h এবং পরিসীমা = p হলে

১। প্রিজমের পার্শ্ব তলের ক্ষেত্রফল = ph

২। প্রিজমের সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল = $ph + 2A$

৩। প্রিজমের আয়তন = ভূমির \times ক্ষেত্রফল উচ্চতা = $A \times h$



সমস্যা সমাধান

সমস্যা -১: একটি ত্রিভুজাকৃতি সমপ্রিজমের বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 17 সেমি, 10 সেমি, 9 সেমি এবং উচ্চতা 10 সেমি হলে এর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর।

সমাধান: দেওয়াআছে, ত্রিভুজাকৃতি সমপ্রিজমের বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে $a = 17$ সেমি, $b = 10$ সেমি, $c = 9$ সেমি

প্রিজমটির ভূমির পরিসীমা $p = 2s = 17 + 10 + 9 = 36$ সেমি

$$s = 18 \text{ সেমি}$$

$$\begin{aligned}\text{প্রিজমটির ভূমির ক্ষেত্রফল } A &= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \\ &= \sqrt{18(18-17)(18-10)(18-9)} \\ &= 36 \text{ বর্গসেমি}\end{aligned}$$

প্রিজমের উচ্চতা $h = 10$ সেমি

প্রিজমের পার্শ্বতলের ক্ষেত্রফল = $ph = 36 \times 10 = 360$ বর্গসেমি

প্রিজমের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = $ph + 2A = 360 + 2 \times 36 = 432$ বর্গসেমি

প্রিজমের আয়তন = $A \times h = 36 \times 10 = 360$ ঘনসেমি

সমস্যা -২: একটি সমপ্রিজমের সমন্বিত গ্রিভুজাকৃতি ভূমির সমান বাহুর দৈর্ঘ্য 9 সেমি এবং অপর বাহুর দৈর্ঘ্য 15 সেমি। প্রিজমটির উচ্চতা 10সেমি হলে এর আয়তন ও সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান: দেওয়াআছে,

প্রিজমের সমন্বিত গ্রিভুজাকৃতি ভূমির সমান বাহুর দৈর্ঘ্য $a = 9$ সেমি

এবং অপর বাহুর দৈর্ঘ্য $c = 15$ সেমি।

প্রিজমটির ভূমির পরিসীমা $p = 9 + 9 + 15 = 33$ সেমি

$$\begin{aligned}\text{প্রিজমটির ভূমির ক্ষেত্রফল } A &= \frac{c}{4} \sqrt{4a^2 - c^2} \\ &= \frac{15}{4} \sqrt{4 \times 9^2 - (15)^2}\end{aligned}$$

$$= 37.31 \text{ বর্গসেমি}$$

$$\text{প্রিজমের উচ্চতা } h = 10 \text{ সেমি}$$

$$\text{প্রিজমের আয়তন} = A \times h = 37.31 \times 10 = 373.1 \text{ ঘনসেমি}$$

$$\text{প্রিজমের পার্শ্বতলের ক্ষেত্রফল} = ph = 33 \times 10 = 330 \text{ বর্গসেমি}$$

$$\begin{aligned}\text{প্রিজমের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল} &= ph + 2A = 330 + 2 \times 37.31 \\ &= 404.62 \text{ বর্গসেমি}\end{aligned}$$

সমস্যা-৩: একটি সমপ্রিজমের ভূমির ক্ষেত্রফল 50 বর্গ সেমি এবং উচ্চতা 10 সেমি হলে এর আয়তন নির্ণয় কর।

সমাধানঃ দেওয়া আছে,

$$A=50 \text{ বর্গ সেমি} \text{ এবং } h=10 \text{ সেমি}$$

$$\begin{aligned}\text{প্রিজমেরআয়তন} &= A \times h \\ &= 50 \times 10 \\ &= 500 \text{ ঘনসেমি}\end{aligned}$$

দলীয় কাজ

- ১। একটি ত্রিভুজাকৃতি সমপ্রিজমের বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 13 সেমি, 14 সেমি, 15 সেমি এবং উচ্চতা 12 সেমি হলে এর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর ।
- ২। একটি ত্রিভুজাকৃতি সমপ্রিজমের বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 13 সেমি, 20 সেমি, 21 সেমি এবং উচ্চতা 9 সেমি হলে এর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর ।
- ৩। একটি সমপ্রিজমের ভূমি সমবাহু ত্রিভুজাকৃতি সমপ্রিজমের যার সমান বাহুর দৈর্ঘ্য 14 সেমি এর উচ্চতা 16 সেমি হলে প্রিজমটির বক্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর ।

একক কাজ

- ১। একটি সমপ্রিজমের ভূমি সমবাহু ত্রিভুজাকৃতি সমপ্রিজমের যার সমান বাহুর দৈর্ঘ্য 7 সেমি এর উচ্চতা 24 সেমি হলে প্রিজমটির আয়তন ও সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর ।
- ২। একটি সমপ্রিজমের ভূমি সমবাহু ত্রিভুজাকৃতি সমপ্রিজমের যার সমান বাহুর দৈর্ঘ্য 10 সেমি এর উচ্চতা 6সেমি হলে প্রিজমটির সম্পূর্ণ পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর ।

পাঠ মূল্যায়ন

- ১। একটি প্রিজমের আয়তন 128 ঘনমি এবং উচ্চতা 400 সেমি হলে এর ভূমির ক্ষেত্রফল কত?
- ২। একটি সমপ্রিজমের ভূমি সমবাহু ত্রিভুজাকৃতি সমপ্রিজমের যার সমান বাহুর দৈর্ঘ্য 10 সেমি এর উচ্চতা 6 সেমি হলে প্রিজমটির আয়তন ও সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

বাড়ির কাজ

- ১। একটি সমপ্রিজমের ভূমি সমবিবাহ ত্রিভুজাকৃতি সমপ্রিজমের যার সমান বাহু দুটির দৈর্ঘ্য 10 সেমি এবং অপর বাহুটি 16 সেমি। প্রিজমটির উচ্চতা 12 সেমি হলে এর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর।
- ২। একটি ত্রিভুজাকৃতি সমপ্রিজমের বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 8 সেমি, 15 সেমি, 17 সেমি এবং উচ্চতা 12 সেমি হলে এর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর।
- ৩। একটি সিলিঙ্গারের ব্যাস 7 সেমি হলে এবং উচ্চতা 12 সেমি হলে এর বক্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর।
- ৪। একটি সমপ্রিজমের ভূমি সমবিবাহ ত্রিভুজাকৃতি সমপ্রিজমের যার সমান বাহুর দৈর্ঘ্য 4 সেমি এর উচ্চতা 6 সেমি হলে প্রিজমটির বক্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর।

পাঠ পরিচিতি

বিষয় : ম্যাথমেটিক্স-৩

বিষয় কোডঃ ২৫৯৩১

পাঠ : পরিমিতি

অধ্যায়-৬ , সিলিঙ্গার-এর পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল ও আয়তন

সম্পর্কে ধারণা ।

নিচের চিত্রগুলো লক্ষ কর



এই টিউটোরিয়ালটি শেষে –

- সিলিন্ডার কি তা বলতে পারা যাবে।
- সিলিন্ডারের ক্ষেত্রফল এর সূত্র জানা যাবে।
- সিলিন্ডারের আয়তন এর সূত্র জানা যাবে।

সিলিন্ডার

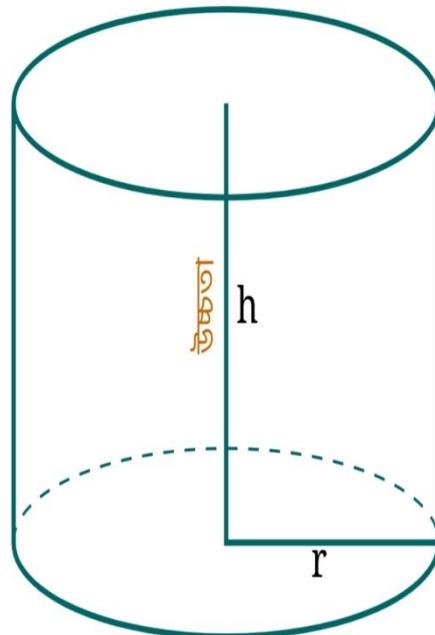
সিলিন্ডার: যে ঘনবস্তুর ভূমি তল দুইটি পরস্পর সমান্তরাল ও সর্বসম দুইটি বৃত্ত এবং যার আবক্ষ বক্রতল বিশিষ্ট গাত্র (body) এমন সকল বিন্দু দিয়ে গঠিত যে সকল বিন্দু একটি নির্দিষ্ট রেখাংশ থেকে সমদূরবর্তী। সমদূরবর্তী বলতে বুঝায় একটি নির্দিষ্ট রেখাংশ হতে ঐ সকল বিন্দুর দূরত্ব একটি ধূবক। নির্দিষ্ট রেখাংশ হলো ভূমি তল বৃত্ত দুইটির কেন্দ্রদ্বয়ের সংযোজক রেখাংশ। এই রেখাংশকে বেলন বা সিলিন্ডারের অক্ষ-রেখা বলে। আর অক্ষ-রেখার দৈর্ঘ্যকে বেলন বা সিলিন্ডারের উচ্চতা বলে।

সিলিন্ডারের ব্যাসার্ধ = r এবং উচ্চতা = h হলে

১। সিলিন্ডারের বক্রতলের ক্ষেত্রফল = $2\pi rh$

২। সিলিন্ডারের সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল = $2\pi r(r + h)$

৩। সিলিন্ডারের আয়তন = $\pi r^2 h$



সমস্যা সমাধান

সমস্যা -১: একটি সিলিন্ডারের বক্রতলের ক্ষেত্রফল 100 বর্গসেমি এবং এর আয়তন 150 ঘনসেমি হলে সিলিন্ডারের উচ্চতা ও ভূমির ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।

সমাধান: ধরি, সিলিন্ডারের উচ্চতা = h ও ভূমির ব্যাসার্ধ = r

সিলিন্ডারের বক্রতলের ক্ষেত্রফল, $2\pi rh = 100 \dots (i)$

সিলিন্ডারের আয়তন, $\pi r^2 h = 150 \dots (ii)$

$$(ii) \text{ নং } \text{ কে } (i) \text{ নং } \text{ দ্বারা } \text{ভাগ করে}, \frac{\pi r^2 h}{2\pi r h} = \frac{150}{100}$$

$$\text{বা, } r = 3$$

$$r \text{ এর মান } (i) \text{ নং } \text{ এ } \text{ বসিয়ে, } 2\pi \times 3 \times h = 100$$

$$\text{বা, } h = 5.3$$

সিলিন্ডারের উচ্চতা = 5.3 সেমি এবং ভূমির ব্যাসার্ধ = 3 সেমি.

সমস্যা-২: 25সেমি উচ্চতাবিশিষ্ট একটি সমবৃত্তভূমিক সিলিন্ডারের বক্রতলের ক্ষেত্রফল 2200 বর্গসেমি। এর সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর।

সমাধান: ধরি, সিলিন্ডারটির ভূমির ব্যাসার্ধ $= r$

ও এর উচ্চতা, $h = 25$ সেমি

সিলিন্ডারের বক্রতলের ক্ষেত্রফল $= 2\pi rh$

প্রশ্নমতে, $2\pi rh = 2200$

বা, $2\pi r \times 25 = 2200$

বা, $r = 2200/50\pi$

বা, $r = 14$ সেমি

সিলিন্ডারটির সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল $= 2\pi r(r + h)$

$$= 2\pi \times 14 \times (14 + 25)$$

$= 3432$ বর্গসেমি

সিলিন্ডারটির আয়তন $= \pi r^2 h$

$$= \pi \times (14)^2 \times 25$$

$= 15400$ ঘনসেমি

দলীয় কাজ

- ১। 16 সেমি উচ্চতাবিশিষ্ট একটি সমবৃত্তভূমিক সিলিন্ডারের ভূমির ব্যাসার্ধ 7 সেমি । এর সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ফ্রেঞ্চল ও আয়তন নির্ণয় কর ।
- ২। একটি কুয়ার গভীরতা 14মিটার এবং এর ব্যাস 28মিটার । প্রতিঘনমিটার 5টাকা হিসাবে উক্ত কুয়ার মাটি খনন করতে কত টাকা লাগবে?

একক কাজ

- ১। একটি সিলিন্ডারের বক্রতলের ক্ষেত্রফল 660 বর্গসেমি এবং এর আয়তন 1980 ঘনসেমি হলে সিলিন্ডারের উচ্চতা ও ভূমির ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।
- ২। 12 সেমি উচ্চতাবিশিষ্ট একটি সমবৃত্তভূমিক সিলিন্ডারের ভূমির ব্যাস 7 সেমি। এর সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর।

পাঠ মূল্যায়ন

- ১। একটি সমবৃত্তভূমিক সিলিন্ডারের বক্রতলের ক্ষেত্রফল 3300বর্গসেমি এবং ভূমির ব্যাসার্ধ 21মি এর আয়তন ও উচ্চতা নির্ণয় কর।
- ২। দু'প্রান্ত খোলা একটি ফাঁপা সিলিন্ডারের আয়তন 1056 ঘনসেমি । এর দৈর্ঘ্য 7 সেমি এবং বাহিরের ব্যাস 14 সেমি হলে এর পুরত্ব নির্ণয় কর।

বাড়ির কাজ

- ১। ১। একটি সিলিন্ডারের ব্যাস 7 সেমি হলে এবং উচ্চতা 12 সেমি হলে এর বক্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর।
- ২। একটি সমপ্রিজমের ভূমি সমবাহু ত্রিভুজাকৃতি সমপ্রিজমের যার সমান বাহুর দৈর্ঘ্য 4 সেমি এর উচ্চতা 6 সেমি হলে প্রিজমটির বক্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর।
- ৩। একটি কুয়ার গভীরতা 14মিটার এবং এর ব্যাস 7মিটার। প্রতিঘনমিটার 10টাকা হিসাবে উক্ত কুয়ার মাটি খনন করতে কত টাকা লাগবে?
- ৪। একটি সিলিন্ডারের বক্রতলের ক্ষেত্রফল 2000বর্গমি এবং এর ভূমির ব্যাস 40 ঘনমি হলে সিলিন্ডারের উচ্চতা ও আয়তন নির্ণয় কর।

পাঠ পরিচিতি

বিষয় : ম্যাথমেটিক্স-৩

বিষয় কোডঃ ২৫৯৩১

পাঠ : পরিমিতি

অধ্যায়- পিরামিড এর ক্ষেত্রফল ও আয়তন সম্পর্কে ধারণা ।

নিচের চিত্রটি লক্ষ কর



এই টিউটোরিয়ালটি শেষে –

- পিরামিড কাকে বলে তা বলতে পারা যাবে।
- পিরামিডের ক্ষেত্রফল এর সূত্র জানা যাবে।
- পিরামিডের আয়তন এর সূত্র জানা যাবে।

পিরামিড

পিরামিড:

যে বহুলকের ভূমি একটি বহুজ এবং ত্রিভুজ কৃতিপার্শ্ব তলগুলো অন্য আরেকটি তলের একটিসা ধারণ নির্দিষ্ট বিন্দুতে মিলিত হয় তা কে পিরামিড বলে।

সাধারণ নির্দিষ্ট বিন্দুটি কে পিরামিডের শীর্ষ বলে।

পার্শ্ব তলগুলোক মপক্ষে তিনটি বাতার বেশিহয়।

পিরামিডের ভূমির ক্ষেত্রফল = A , উচ্চতা = h , হেলানো তলে উচ্চতা = l এবং পরিসীমা = p

$$1। \text{পিরামিডের পার্শ্ব তলের ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} pl$$

$$2। \text{পিরামিডের সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} pl + A$$

$$3। \text{পিরামিডের আয়তন} = \frac{1}{3} \times \text{ভূমির} \times \text{ক্ষেত্রফল উচ্চতা} = \frac{1}{3} \times A \times h$$

সমস্যা সমাধান

সমস্যা-১ | একটি ত্রিভুজাকৃতি পিরামিডের বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 8সেমি, 15সেমি, 17সেমি এবং উচ্চতা 10 সেমি হলে পিরামিডের আয়তন নির্ণয় কর।

সমাধান: পিরামিডের ভূমির পরিসীমা $p = 2s = 8 + 15 + 17 = 40$ সেমি

$$s = 20 \text{ সেমি}$$

$$\begin{aligned} \text{পিরামিডের ভূমির ক্ষেত্রফল } A &= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \\ &= \sqrt{20(20-8)(20-15)(20-17)} \end{aligned}$$

$$= 60 \text{ বর্গসেমি}$$

প্রিজমের উচ্চতা $h = 10$ সেমি

$$\begin{aligned} \text{পিরামিডের আয়তন} &= \frac{1}{3} \times A \times h = \frac{1}{3} \times 60 \times 10 = \\ &360 \text{ ঘনসেমি} (\text{ans.}) \end{aligned}$$

দলীয় কাজ

- ১। একটি সমপিরামিডের ভূমির ক্ষেত্রফল ২৫০বর্গসেমি এবং উচ্চতা 12 সেমি হলে পিরামিডের আয়তন নির্ণয় কর ।
- ২। একটি সমপিরামিড 18 সেমি দৈর্ঘ্য ও 12 সেমি প্রস্থবিশিষ্ট একটি আয়তাকার ভূমির উপর অবস্থিত । এর দীর্ঘতম বাহুর দিকে হেলানো উচ্চতা 15 সেমি হলে পিরামিডের আয়তন নির্ণয় কর ।

একক কাজ

- ১। একটি ত্রিভুজাকৃতি পিরামিডের ভূমির ক্ষেত্রফল 150 বর্গমি এবং উচ্চতা 10 মি
হলে এর আয়তন কত?
- ২। একটি সমপিরামিডের আয়তন ২৪৫ঘেনসেমি এবং উচ্চতা 15 সেমি হলে
পিরামিডের ভূমির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

বাড়ির কাজ

- ১। একটি ত্রিভুজাকৃতি পিরামিডের বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 10 মি, 10মি,12মি এবং উচ্চতা12 সেমি হলে পিরামিডের আয়তন নির্ণয় কর ।
- ২। একটি সমপিরামিড 12 সেমি দৈর্ঘ্য ও 9 সেমি প্রস্থবিশিষ্ট একটি আয়তাকার ভূমির উপর অবস্থিত ।
ক্ষুদ্রতম বাহুর পার্শ্বতল হতে হেলানো উচ্চতা10 সেমি হলে পিরামিডের আয়তন নির্ণয় কর ।
- ৩। একটি ত্রিভুজাকৃতি পিরামিডের বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 8 সেমি, 15 সেমি, 17 সেমি এবং উচ্চতা 12 সেমি হলে পিরামিডের আয়তন নির্ণয় কর ।

পাঠ পরিচিতি

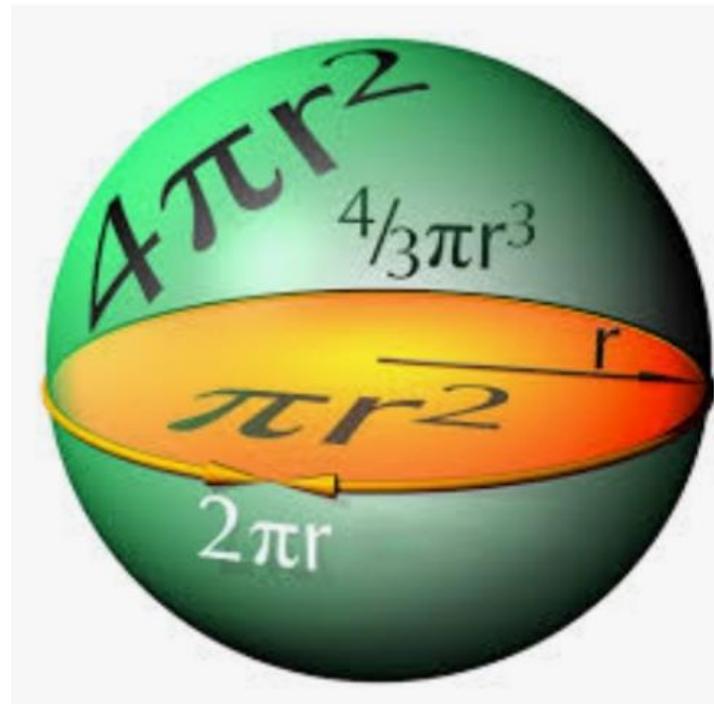
বিষয় : ম্যাথমেটিক্স-৩

বিষয় কোডঃ ২৫৯৩১

পাঠ : পরিমিতি

অধ্যায়-৭, কোণক ও গোলকের-এর পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল , আয়তন
সম্পর্কে ধারণা ।

নিচের চিত্রগুলো লক্ষ কর



এই টিউটোরিয়ালটি শেষে –

- ❖ কোণক কী তা বলতে পারা যাবে।
- ❖ কোণকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল এর সূত্র জানা যাবে।
- ❖ কোণকের ক্ষেত্রফল এর সূত্র জানা যাবে।
- ❖ কোণকের আয়তনের এর সূত্র জানা যাবে।
- গোলক কী তা বলতে পারা যাবে।
- গোলকের ক্ষেত্রফল এর সূত্র জানা যাবে।
- গোলকের আয়তন এর সূত্র জানা যাবে।

কোণক

কোণক : কোননির্দিষ্ট বিন্দুগামী একটিসরলরেখাএর সমতলীয়নয়এরূপএকটিনির্দিষ্ট বক্ররেখারউপরঅবিরামগরিয়েপড়লে সাথে
রেখারগতিপথ দ্বারাউৎপন্নঘনবস্তুকে কোণকরলে উক্ত

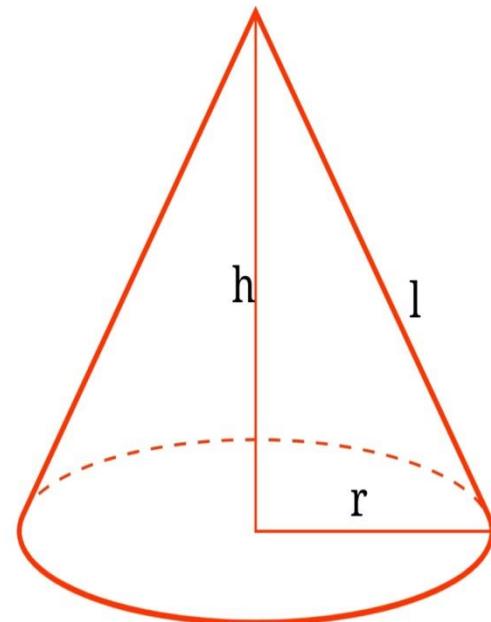
কোণকেরহেলানোতলেউচ্চতা = l , ব্যাসার্ধ = r এবং উচ্চতা = h হলে

$$1। l^2 = h^2 + r^2$$

$$2। \text{কোণকেরবক্রতলেরক্ষেত্রফল} = \pi r l$$

$$3। \text{কোণকের সমগ্রতলেরক্ষেত্রফল} = \pi r(r + l)$$

$$4। \text{কোণকের আয়তন} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$



গোলক

গোলক:

একটিবৃত্তেরব্যাসকেস্থিররেখেবৃত্তটিকেএরব্যাসেরচারদিকেঘূরালেযেঘনবস্তুউৎপন্নহয়তাকেগোলক
বলে।

অন্যভাবেবললে,

গ্রিমাত্রিকজ্যামিতিতেগোলকহলোকতকগুলোবিন্দুরসমন্বয়েগঠিতএমনএকটিসুষমগোলাকারমসৃণ
ঘনবস্তুযেবিন্দুগুলোএকটিনির্দিষ্টবিন্দুথেকেসমদূরবর্তী।
একটিনির্দিষ্টবিন্দুতেসকলবিন্দুরদূরত্বএকটিধূবক।
আরধূবকদূরত্বকেবলাহয়গোলকেরব্যাসার্ধ।

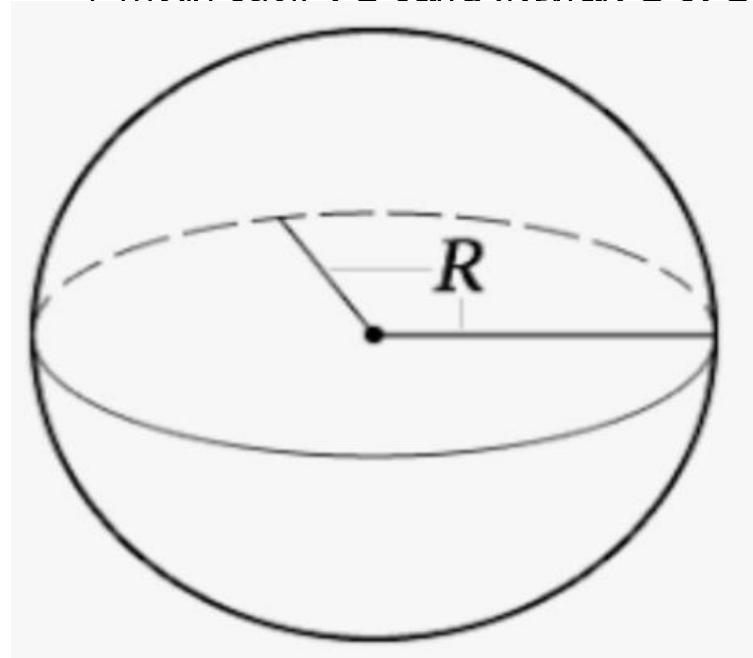
সমদূরবর্তীবলতেবুৰানোহয়েছে,

সমদূরবর্তীবলতেবুৰানোহয়েছে,

গোলকেরব্যাসার্ধ = R হলে

গোলকেরক্ষেত্রফল = $4\pi R^2$

গোলকেরআয়তন = $\frac{4}{3}\pi R^3$



সমস্যা সমাধান

সমস্যা -২। 6 সেমি, 8 সেমি ,10 সেমি ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট তিনটি গোলকের সংমিশ্রণে গঠিত গোলকের ব্যাসার্ধ ,পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফলের ও আয়তন নির্ণয় কর ।

সমাধান : ধরি, 6 সেমি, 8 সেমি ,10 সেমি ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট তিনটি গোলকের আয়তন যথাক্রমে v_1, v_2, v_3 এবং এদের সংমিশ্রণে গঠিত গোলকের আয়তন = V ও ব্যাসার্ধ = R

$$v_1 = \frac{4}{3}\pi(6)^3, v_2 = \frac{4}{3}\pi(8)^3, v_3 = \frac{4}{3}\pi(10)^3 \text{ এবং } V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } V = v_1 + v_2 + v_3$$

$$\frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi(6)^3 + \frac{4}{3}\pi(8)^3 + \frac{4}{3}\pi(10)^3$$

$$R^3 = (6)^3 + (8)^3 + (10)^3 = 1728 = (12)^3$$

$$R = 12$$

$$\text{নতুন গোলকের ব্যাসার্ধ, } R = 12 \text{ সেমি} (\text{ans.})$$

$$\text{নতুন গোলকের পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল} = 4\pi R^2 = 4\pi(12)^2 = 1810.29 \text{ বর্গসেমি} (\text{ans.})$$

$$\text{নতুন গোলকের আয়তন} = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi(12)^3 = 7238.25 \text{ ঘনসেমি} (\text{ans.})$$

সমস্যা -৩। একটিসমবৃত্তভূমিক কোণের হেলানোউচ্চতা 10

সেমি এবং ভূমির পরিসীমা 22 সেমি হলে আয়তন ও সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান: ধরি, কোণের হেলানোউচ্চতা = l , ভূমির ব্যাসার্ধ = r এবং উচ্চতা = h সেমি

প্রশ্নমতে, $l = 10$, $2\pi r = 22$ বা, $r = 3.5$

আমরাজানি, $h^2 + r^2 = l^2$

বা, $h^2 = l^2 - r^2$

বা, $h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{10^2 - 3.5^2} = 9.37$ সেমি (ans.)

কোণের আয়তন = $\frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \times 3.5^2 \times 9.37 = 120.24$ ঘনসেমি

কোণের সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল = $\pi r(r + l)$

$$= \pi \times 3.5(3.5 + 10)$$

$$= 148.5 \text{ বর্গসেমি} (\text{ans.})$$

সমস্যা -৪: একটিসমবৃত্তভূমিকসিলিন্ডার ও একটিসমবৃত্তভূমিক কোণকউভয়েরউচ্চতা একই ভূমিরউপরঅবস্থিত। তাদের বক্রতলেরঅনুপাত $4:3$ হলে দেখাও যে, ভূমিরব্যাসার্ধ $\frac{\sqrt{5}}{2} h$ হবে।

সমাধান: ধরি, সিলিন্ডার ও কাণেরউচ্চতা= h , ভূমির ব্যাসার্ধ= r এবং হেলানোউচ্চতা= l

$$\text{আমরা জানি}, l^2 = h^2 + r^2$$

$$\text{প্রশ্নমতে}, 2\pi rh : \pi rl = 4 : 3$$

$$\text{বা}, \frac{2\pi rh}{\pi rl} = \frac{4}{3}$$

$$\text{বা}, \frac{h}{l} = \frac{2}{3}$$

$$\text{বা}, \frac{h^2}{l^2} = \frac{4}{9}$$

$$\text{বা}, 4l^2 = 9h^2$$

$$\text{বা}, 4(h^2 + r^2) = 9h^2$$

$$\text{বা}, 4h^2 + 4r^2 = 9h^2$$

$$\text{বা}, 4r^2 = 5h^2$$

$$\text{বা}, r^2 = \frac{5h^2}{4}$$

$$\text{বা}, r = \frac{\sqrt{5}}{2} h \text{ (Showed)}$$

সমস্যা -৫: 6সেমি ব্যাসবিশিষ্ট একটি ঘন গোলককে গলিয়ে নলে পরিণত করা হল। নলটির দৈর্ঘ্য 4 সেমি ও বাইরের ব্যাস 10সেমি হলে এর বেধ নির্ণয় কর।

সমাধান: ধরি, নলটিরভিত্তিরেরব্যাসার্ধ = r সেমি

$$\text{বাইরেরব্যাসার্ধ } R = \frac{10}{2} = 5 \text{এবং দৈর্ঘ্য } l = 4 \text{ সেমি}$$

$$\begin{aligned}\text{নলটিরআয়তন,} &= \pi(R^2 - r^2)l \\ &= \pi(5^2 - r^2) \times 4 = 4\pi(25 - r^2)\text{ঘনসেমি}\end{aligned}$$

$$\text{গোলকটিরব্যাসার্ধ, } r_1 = \frac{6}{2} = 3 \text{সেমি}$$

$$\text{গোলকটিরআয়তন} = \frac{4\pi}{3} r_1^3 = \frac{4\pi}{3} \times 3^3 = 36\pi \text{ঘনসেমি}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } 4\pi(25 - r^2) = 36\pi$$

$$\text{বা, } 25 - r^2 = 9$$

$$\text{বা, } r^2 = 16$$

$$\text{বা, } r = 4$$

$$\text{নলটিরবেধ } = R - r = 5 - 4 = 1 \text{সেমি (উত্তর)}$$

দলীয় কাজ

- ১। একটি সমবৃত্তভূমিক কোণের হেলানো উচ্চতা 24 সেমি এবং ভূমির ব্যাসার্ধ 3 সেমি হলে সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর ।
- ২। একটি সমবৃত্তভূমিক কোণের হেলানো উচ্চতা 25 সেমি এবং ভূমির পরিসীমা 22 সেমি হলে আয়তন ও সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর ।
- ৩। 6 সেমি,8 সেমি,10 সেমি ব্যাসবিশিষ্ট তিনটি গোলকের সংমিশ্রণে গঠিত গোলকের ব্যাসার্ধ ,পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর ।
- ৪। 6 সেমি ব্যাসার্ধবিশিষ্ট ধাতুর তৈরি একটি নিরেট গোলককে গলিয়ে 6সেমি ব্যাসার্ধবিশিষ্ট সিলিন্ডার আকারের একটি নিরেট দলে পরিণত করা হল । দলের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর ।

একক কাজ

- ১। একটি সমবৃত্তভূমিক কোণের ব্যাস 7 সেমি এবং হেলানো উচ্চতা 10 সেমি হলে
এর পার্শ্বতলের ক্ষেত্রফলের কত?
- ২। একই উচ্চাবিশিষ্ট একটি সমবৃত্তভূমিক সিলিন্ডার ও একটি সমবৃত্তভূমিক কোণ
সমান সমান ভূমির উপর অবস্থিত। যদি এদের বক্রতলের ক্ষেত্রফলের অনুপাত $8:5$
হয়, তবে দেখাও যে ভূমির ব্যাসার্ধ ও উচ্চতার অনুপাত $3:4$
- ৩। 6সেমি ব্যাসার্ধবিশিষ্ট ধাতুর তৈরি একটি ঘন গোলককে গলিয়ে একটি নলে
পরিণত করা হল। নলটির দৈর্ঘ্য 12 সেমি ও বাইরের ব্যাসার্ধ 7সেমি হলে এর বেধ
নির্ণয় কর।

পাঠ মূল্যায়ন

- ১। ৪ সেমি ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট গোলকের পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফলের কত?
- ২। 15সেমি উচ্চতাবিশিষ্ট একটি সমবৃত্তভূমিক কোণের ভূমির ব্যাসার্ধ 8 সেমি হলে এর আয়তন ও পার্শ্বতলের ক্ষেত্রফলের নির্ণয় কর।
- ৩। একটি সমবৃত্তভূমিক কোণের উচ্চতা 12 সেমি এবং পরিধি 33 সেমি হলে আয়তন ও সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

বাড়ির কাজ

- ১। একটি সমবৃত্তভূমিক কোণের ব্যাস 7 সেমি এবং উচ্চতা 10 সেমি হলে এর আয়তন নির্ণয় কর ।
- ২। একটি সিলিন্ডার ভূমির ব্যাসার্ধ 3 সেমি ও উচ্চতার 4 সেমি হলে এর আয়তন নির্ণয় কর ।
- ৩। 6সেমি,8সেমি,10সেমি ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট তিনটি গোলকের সংমিশ্রণে গঠিত গোলকের পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফলের ও আয়তন নির্ণয় কর ।
- ৪। একটি সমবৃত্তভূমিক কোণের উচ্চতা 24 সেমি এবং ভূমির পরিসীমা 44 সেমি হলে আয়তন ও সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর ।
- ৫। একই উচ্চতাবিশিষ্ট একটি সমবৃত্তভূমিক সিলিন্ডার ও একটি সমবৃত্তভূমিক কোণ সমান সমান ভূমির উপর অবস্থিত । যদি এদের বক্রতলের ক্ষেত্রফলের অনুপাত $4:3$ হয়, তবে দেখাও যে ভূমির ব্যাসার্ধ ও উচ্চতার অনুপাত $\sqrt{5}:2$
- ৬। 12সেমি ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি ঘন গোলককে গলিয়ে নলে পরিণত করা হল। নলটির দৈর্ঘ্য 12 সেমি ও বাইরের ব্যাসার্ধ 7সেমি হলে এর বেধ নির্ণয় কর ।
- ৭। 66 সেমি পরিধিবিশিষ্ট একটি গোলককে সিলিন্ডার আকারবিশিষ্ট একটি বাক্সে ঠিক পুরোপুরি খাপ খায় । বাক্সের খালি স্থানের আয়তন নির্ণয় কর ।

পাঠ পরিচিতি

বিষয় : ম্যাথেমেটিক্স-৩

বিষয় কোডঃ ২৫৯৩১

পাঠ : জ্যামিতি

অধ্যায়-১০, কণিক

সময়: ৪৫মি:

নিচের চিত্রগুলো লক্ষ কর



এই অধ্যায়ের পাঠ শেষে.....

১. কনিকের সংজ্ঞা ব্যাখ্যা করতে পারবে ।
২. উপকেন্দ্র,নিয়ামক,উৎকেন্দ্রতার সংজ্ঞা ব্যাখ্যা করতে পারবে ।
৩. পরাবৃত্ত,উপবৃত্ত,অধিবৃত্তের সাধারণ বৃত্তের সমীকরণ বলতে পারবে ।
৪. কণিকের সমস্যা সমাধান করতে পারবে ।

শিখন ফল

কনিক : কার্তেসীয় সমতলে একটি নির্দিষ্ট বিন্দু ও একটি নির্দিষ্ট সরলরেখা থেকে যে সব বিন্দুর দূরত্বের অনুপাত সর্বদাই একটি ধ্রুব সংখ্যা, তাবে ঐ চলমান বিন্দুর সঞ্চার পথকে কণিক বলা হয়।

নির্দিষ্ট বিন্দুটিকে কনিকের উপকেন্দ্র বা ফোকাস (focus) বলে।

নির্দিষ্ট সরলরেখাটিকে কনিকের দিকাঙ্ক বা নিয়ামক (directrix) বলে।

ধ্রুবক অনুপাতটিকে উৎকেন্দ্রিকতা (eccentricity) বলা হয় এবং e দ্বারা সূচিত করা হয়।

$e = 0$ হলে সঞ্চারপথ হয় বৃত্ত (circle)

$e = 1$ হলে সঞ্চারপথ হয় পরাবৃত্ত (parabola)

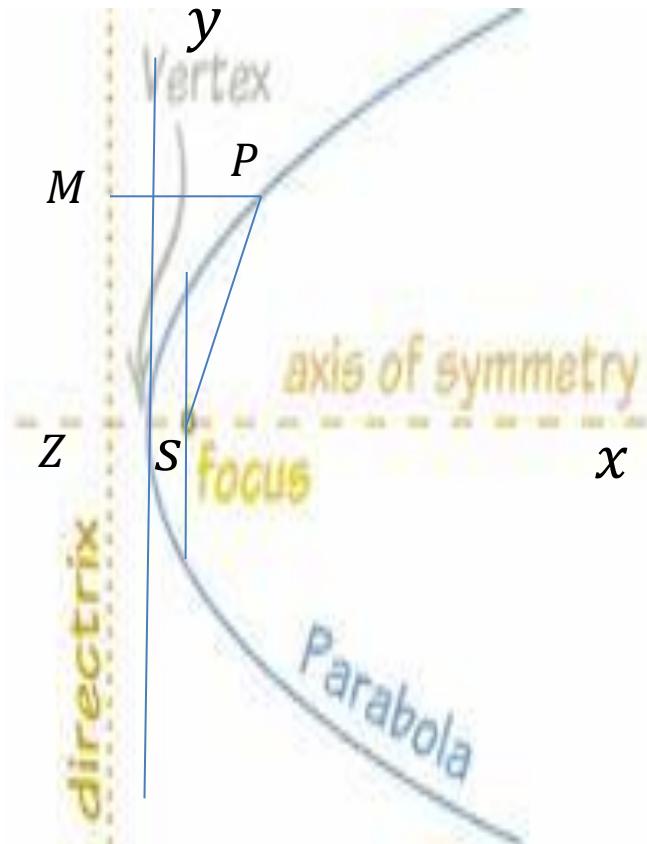
$0 < e < 1$ হলে সঞ্চারপথ হয় উপবৃত্ত (ellipse)

$e > 1$ হলে সঞ্চারপথ হয় অধিবৃত্ত (hyperbola)

পরাবৃত্ত (Parabola)

$y^2 = 4ax$, পরাবৃত্তের ক্ষেত্রে:

- 1) শীর্ষবিন্দু $(0,0)$
- 2) উপকেন্দ্র $(a, 0)$
- 3) দিকাক্ষের সমীকরণ, $x = -a$
- 4) অক্ষরেখার সমীকরণ, $y = 0$
- 5) উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্যসমীকরণ $= 4a$
- 6) উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ, $x = a$



পরাবৃত্ত (Parabola)

$x^2 = 4ay$ পরাবৃত্তের ক্ষেত্রে:

i. শীর্ষবিন্দু, $(0,0)$

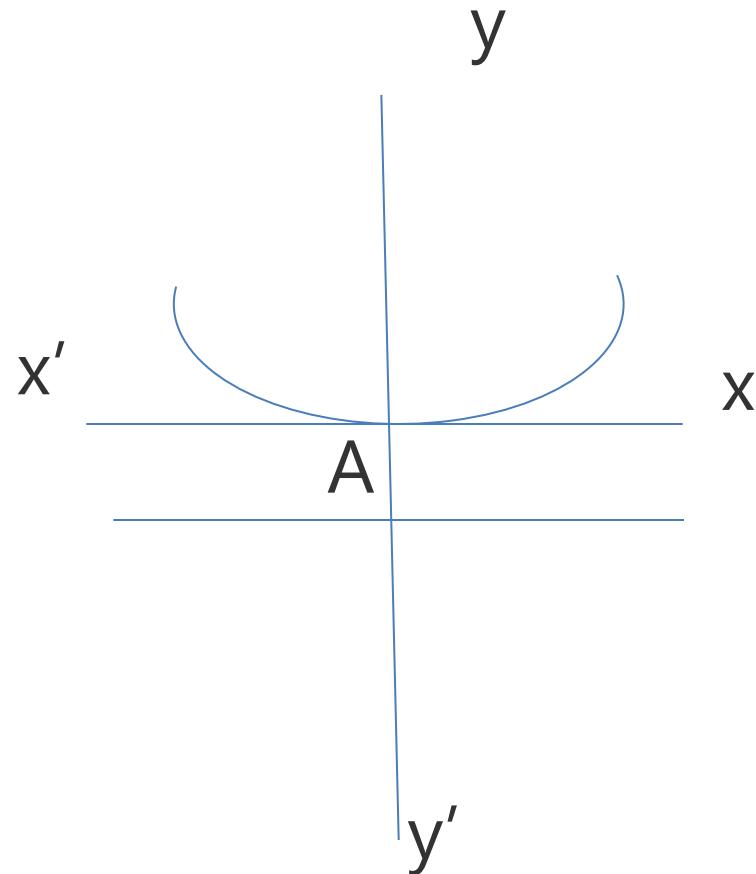
ii. উপকেন্দ্র, $(0, a)$

iii. দিকাঙ্কের সমীকরণ, $y = -a$

iv. অক্ষরেখার সমীকরণ, $x = 0$

v. উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য, $= 4a$

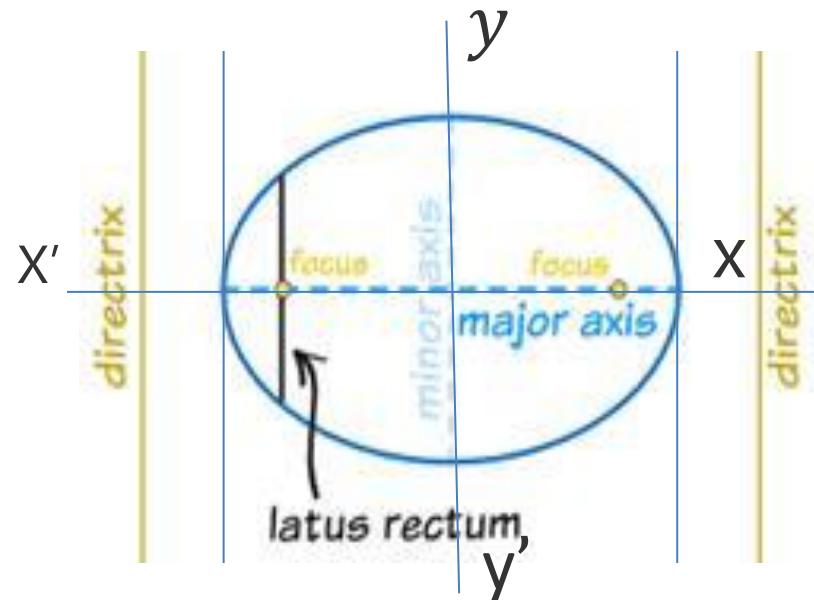
vi. উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ, $y = a$



উপবৃত্ত (Ellipse)

উপবৃত্তের আদর্শ সমীকরণ: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, যেখানে $a > b$

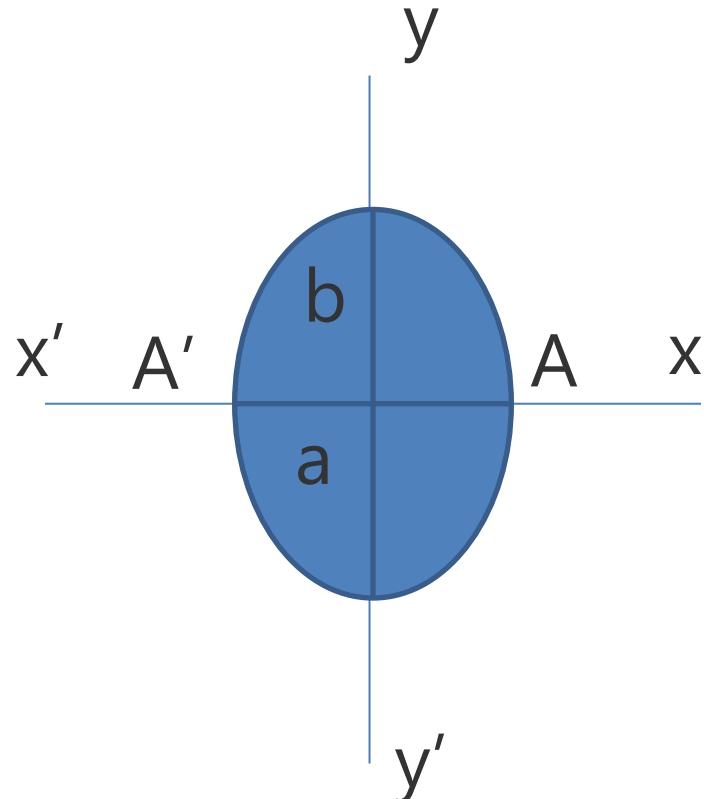
- ❖ কেন্দ্রেরস্থানাংক(0,0)
- ❖ বৃহৎ অক্ষ (major axis) = $2a$
- ❖ ক্ষুদ্রঅক্ষ (minor axis) = $2b$
- ❖ উপকেন্দ্রেরস্থানাংক($\pm ae, 0$)
- ❖ বৃহৎ অক্ষেরসমীকরণ, $y = 0$
- ❖ ক্ষুদ্রঅক্ষেরসমীকরণ, $x = 0$
- ❖ দিকাক্ষেরসমীকরণ, $x = \pm (a/e)$
- ❖ উৎকেন্দ্রিকতা, $e^2 = (a^2 - b^2) / a^2$
- ❖ উপকেন্দ্রিকলম্ব = $2b^2 / a$



উপবৃত্ত (Ellipse)

উপবৃত্তের আদর্শ সমীকরণ: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, যেখানে $b > a$

- কেন্দ্রেরস্থানাংক(0,0)
- বৃহৎ অক্ষ (major axis) = $2b$
- ক্ষুদ্রঅক্ষ (minor axis) = $2a$
- উপকেন্দ্রেরস্থানাংক(0, $\pm be$)
- বৃহৎ অক্ষেরসমীকরণ, $x = 0$
- ক্ষুদ্রঅক্ষেরসমীকরণ, $y = 0$
- দিকাক্ষেরসমীকরণ, $y = \pm (b/e)$
- উৎকেন্দ্রিকতা, $e^2 = (b^2 - a^2) / b^2$
- উপকেন্দ্রিকলম্ব = $2a^2 / b$



অধিবৃত্ত (hyperbola)

অধিবৃত্তের আদর্শ সমীকরণ: $x^2/a^2 - y^2/b^2 = 1$

কেন্দ্রের স্থানাংক(0,0)

উপকেন্দ্রস্থানাংক($e, 0$)

শীর্ষবিন্দুরস্থানাংক($\pm a, 0$)

দিকাক্ষেরসমীকরণ, $x = \pm(a/e)$

উপকেন্দ্রিকলম্বেরদৈর্ঘ্য= $2b^2/a$

উপকেন্দ্রিকলম্বেরসমীকরণ, $x = \pm ae$

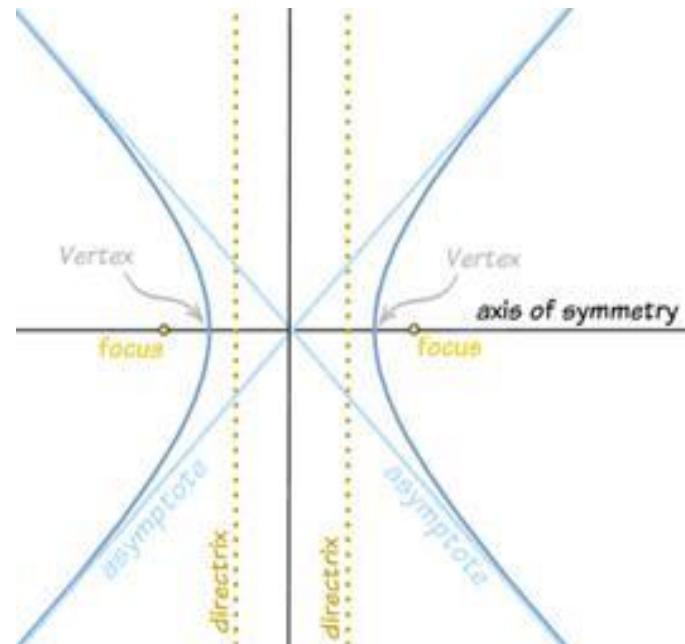
উৎকেন্দ্রিকতা, $e^2 = (a^2 + b^2) / a^2$

আড়তক্ষেরসমীকরণ, $y = 0$

অনুবন্ধীতক্ষেরসমীকরণ, $x = 0$

আড়তক্ষেরদৈর্ঘ্য = $2a$

অনুবন্ধীতক্ষেরদৈর্ঘ্য = $2b$



কনিকের সাধারণ দ্বিঘাত সমীকরণ

সাধারণ দ্বিঘাতসমীকরণ $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$,
সর্বদা একটিকনিকপ্রকাশকরে।

যদি $\Delta = \begin{vmatrix} a & h & g \\ h & b & f \\ g & f & c \end{vmatrix} \neq 0$ হয়। তবে দ্বিঘাতসমীকরণটি একটি

১। বৃত্তহৰে, যদি $a = b, h = 0$

২। পরাবৃত্তহৰে, যদি $h^2 - ab = 0, \Delta \neq 0$

৩। উপবৃত্তহৰে, যদি $h^2 - ab < 0, \Delta \neq 0$

৪। অধিবৃত্ত(hyperbola)হৰে, যদি $h^2 - ab > 0, \Delta \neq 0$ হয়।

সমস্যা সমাধান

১). $y^2 - 6y - 8x + 25 = 0$ পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু, উপকেন্দ্র, উপকেন্দ্রিকলম্ব ও এরসমীকরণ,
অক্ষরেখা এবং নিয়ামকের সমীকরণ নির্ণয় কর।

সমাধানঃ এখানে, $y^2 - 6y - 8x + 25 = 0$

$$\Rightarrow (y - 3)^2 = 8x - 16$$

$$\Rightarrow (y - 3)^2 = 8(x - 2) \dots (i)$$

ধরি, $x - 2 = X$ এবং $y - 3 = Y$

$$\therefore (i) \Rightarrow y^2 = 8x \Rightarrow y^2 = 4 \cdot 2 \cdot x$$

$y^2 = 4ax$ পরাবৃত্তের সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাই, $a = 2$

শীর্ষবিন্দু : $x = 0 \Rightarrow x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2, y = 0 \Rightarrow y - 3 = 0 \Rightarrow y = 3$

\therefore শীর্ষবিন্দুর স্থানাংক $\equiv (2, 3)$ [Ans.]

উপকেন্দ্র : $x = a \Rightarrow x - 2 = 2 \Rightarrow x = 4, y = 0 \Rightarrow y - 3 = 0 \Rightarrow y = 3$

\therefore উপকেন্দ্রের স্থানাংক $\equiv (4, 3)$ [Ans.]

উপকেন্দ্রিকলম্ব = $4a = 4 \cdot 2 = 8$ [Ans.]

উপকেন্দ্রিকলম্বের সমীকরণ, $x = a \Rightarrow x - 2 - 2 = 0 \Rightarrow x - 4 = 0$ [Ans.]

অক্ষরেখা রসমীকরণ, $y = 0 \Rightarrow y - 3 = 0$ [Ans.]

দিকাক্ষের সমীকরণ, $x = -a \Rightarrow x - 2 + 2 = 0 \Rightarrow x = 0$ [Ans.]

সমস্যা সমাধান

৩). $16x^2 + 25y^2 = 400$ উপবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা, উপকেন্দ্র,
উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য এবং উপকেন্দ্রিক লম্ব ও দিকাক্ষের সমীকরণ নির্ণয় কর।

সমাধানঃ

$$\text{এখানে, } 16x^2 + 25y^2 = 400$$

$$\Rightarrow x^2/25 + y^2/16 = 1$$

$$\therefore a = 5 \text{ এবং } b = 4$$

$$\because a > b \therefore e^2 = (a^2 - b^2)/a^2 = 9/25$$

$$\Rightarrow e = 3/5 \quad [Ans.]$$

$$\text{উপকেন্দ্রের স্থানাংক} \equiv (\pm ae, 0) = (\pm 3, 0) \quad [Ans.]$$

$$\text{উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য} = 2b^2/a = 32/5 \quad [Ans.]$$

$$\text{উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ, } x = \pm ae \Rightarrow x = \pm 3 \quad [Ans.]$$

$$\text{দিকাক্ষের সমীকরণ, } x = (\pm a/e) \Rightarrow x = \pm 25/3 \quad [Ans.]$$

সমস্যা সমাধান

4). $x^2 - 3y^2 - 2x = 8$ অধিবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা,
কেন্দ্রের স্থানাংক এবং অক্ষের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

সমাধানঃ

$$\text{এখানে, } x^2 - 3y^2 - 2x = 8$$

$$\Rightarrow (x^2 - 2x \cdot 1 + 1) - 3y^2 = 8 + 1$$

$$\Rightarrow (x - 1)^2 - 3y^2 = 9$$

$$\Rightarrow (x - 1)^2 / 9 - y^2 / 3 = 1$$

$$\therefore a^2 = 9 \Rightarrow a = 3; b^2 = 3 \Rightarrow b = \sqrt{3}$$

$$\therefore e^2 = (a^2 + b^2) / a^2 = 4/3$$

$$\therefore e = 2/\sqrt{3} \quad [\text{Ans.}]$$

$$\text{কেন্দ্র: } x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1, y = 0$$

$$\therefore \text{কেন্দ্রের স্থানাংক} \equiv (1, 0) \quad [\text{Ans.}]$$

$$\text{আড়াল অক্ষের দৈর্ঘ্য} = 2a = 6 \quad [\text{Ans.}]$$

$$\text{অনুবন্ধী অক্ষের দৈর্ঘ্য} = 2b = 2\sqrt{3} \quad [\text{Ans.}]$$

সমস্যা সমাধান

৫). (1,1) উপকেন্দ্র ও $3x + 4y = 1$ দিকাক্ষবিশিষ্টপরাবৃত্তেরসমীকরণনির্ণয়কর ।

তারঅক্ষেরসমীকরণওবেরকর ।

সমাধানঃধরি, $P(x, y)$ পরাবৃত্তেরউপরিস্থিতকোনবিন্দু ।

P থেকেউপকেন্দ্রেরদূরত্ব PS এবংদিকাক্ষেরলম্বদূরত্ব PM হলে,

প্রশ্নমতে,

$$PS = PM$$

$$\Rightarrow \sqrt{(x-1)^2 + (y-1)^2} = \left| \frac{3x+4y-1}{\sqrt{3^2+4^2}} \right|$$

$$\Rightarrow (x-1)^2 + (y-1)^2 = (3x+4y-1)^2 / 25$$

$$\Rightarrow 25x^2 + 25y^2 - 50x - 50y + 50 = 9x^2 + 16y^2 + 1 + 24xy - 8y - 6x$$

$$\Rightarrow 16x^2 - 24xy + 9y^2 - 44x - 42y + 49 = 0$$

$$\Rightarrow (4x-3y)^2 - 44x - 42y + 49 = 0 \quad [ans.]$$

অক্ষ, দিকাক্ষেরউপরউপরলম্ব । তাইঅক্ষেরসমীকরণহবে,

$$4x - 3y + k = 0$$

\therefore অক্ষ(1,1) বিন্দুগামী,

$$\therefore 4(1) - 3(1) + k = 0$$

$$\Rightarrow k = -1$$

$$\therefore \text{অক্ষেরসমীকরণ}, 4x - 3y - 1 = 0 \quad [ans.]$$

সমস্যা সমাধান

6). $x^2 - 2xy + y^2 + 2x - 4y + 3 = 0$ সমীকরণটি

কোনধরনের কনিক নির্দেশ করেতা দেখাও ।

সমাধান: $x^2 - 2xy + y^2 + 2x - 4y + 3 = 0$

এখানে $a = 1, b = 1, c = 3, f = -2, g = 1, h = -1$

$$\begin{vmatrix} a & h & g \\ h & b & f \\ g & f & c \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 3 \end{vmatrix} = 1(3 - 4) + 1(-3 + 2) + 1(2 - 1) \\ = -1 - 1 + 1 \\ = -1$$

$\Delta \neq 0$ এবং

$$h^2 - ab = (-1)^2 - 1 \cdot 1 = 1 - 1 = 0$$

$$\therefore \Delta \neq 0 \text{ এবং } h^2 - ab = 0$$

প্রদত্ত দ্বিঘাত সমীকরণটি একটি পরাবৃত্ত ।

দলীয় কাজ

১। $y^2 = 8x - 8y$ পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু, উপকেন্দ্র, উপকেন্দ্রিকলম্ব ও এরসমীকরণ ,
অক্ষরেখা এবং নিয়ামকের সমীকরণ নির্ণয় কর।

২। $5x^2 + 30x + 2y + 59 = 0$ পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু, উপকেন্দ্র, উপকেন্দ্রিক
লম্ব ও এর সমীকরণ , অক্ষরেখা এবং দিকাক্ষের সমীকরণ নির্ণয় কর।

৩। $(-1,1)$ উপকেন্দ্র ও $x + y + 1 = 0$ নিয়ামক বিশিষ্ট পরাবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।
এর অক্ষরেখা ও সমীকরণ
ও শীর্ষবিন্দুর স্থানাংক নির্ণয় কর।

৪। একটি উপবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার উপকেন্দ্রের স্থানাংক $(1, -1)$ দিকাক্ষের
সমীকরণ $x - y + 2 = 0$ এবং উৎকেন্দ্রিকতা $\frac{1}{\sqrt{2}}$,
, উপবৃত্তটির উপকেন্দ্রিকলম্বের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

৫) p এর কোন মানের জন্য $px^2 + 4y^2 = 1$ উপবৃত্তটি $(\pm 1, 0)$ বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে, উহার উৎকেন্দ্রিকতা
ও উপকেন্দ্র এর অবস্থান নির্ণয় কর এবং অক্ষদ্঵য়ের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

একক কাজ

- ১). $x^2 - 8x + 2y + 7 = 0$ পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু, উপকেন্দ্র, উপকেন্দ্রিকলম্ব ও এরসমীকরণ, অক্ষরেখা এবং নিয়ামকের সমীকরণ নির্ণয় কর।
- ২). $(-4, -1)$ উপকেন্দ্র ও $x + 2y + 2 = 0$ দিকাক্ষ বিশিষ্ট পরাবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।
- ৩). $3x^2 - 4y^2 + 12x + 8y - 4 = 0$ সমীকরণটি কোন ধরনের কনিক নির্দেশ করেতা দেখাও।
- ৪). p এর কোন মানের জন্য $\frac{x^2}{p} + \frac{y^2}{25} =$ বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে, উহার উৎকেন্দ্রিকতা ও উপকেন্দ্র এর অবস্থান নির্ণয় কর।

মূল্যায়ন

১। $x^2 - 8x - 8y + 36 = 0$ পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু, উপকেন্দ্র,
উপকেন্দ্রিকলন্স ও এরসমীকরণ, অক্ষরেখা এবং নিয়ামকের সমীকরণ নির্ণয় কর।

২। $16x^2 + 9y^2 = 225$ উপবৃত্তের উৎকেন্দ্রতা, বৃহৎ অক্ষের ও ক্ষুদ্র অক্ষের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

৩। $x^2 + 5y^2 = 20$ কোন ধরনের কনিকের সমীকরণ?

৪। একটি উপবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার উপকেন্দ্রের স্থানাংক $(-2, 3)$ দিক অক্ষের
সমীকরণ $x - y + 7 = 0$ এবং উৎকেন্দ্রিক তা $\frac{1}{\sqrt{3}}$

ବାଡ଼ିର କାଜ

১. $y^2 - 2y + 8x - 23 = 0$ পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু, উপকেন্দ্র, উপকেন্দ্রিকলম্ব ও এরসমীকরণ
, অক্ষরেখা এবং নিয়ামকের সমীকরণ নির্ণয় কর।

২. $25x^2 + 16y^2 = 400$ উপবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা, উপকেন্দ্র,
উপকেন্দ্রিকলম্বেরদৈর্ঘ্যএবংউপকেন্দ্রিকলম্ব ও দিকাক্ষেরসমীকরণনির্ণয়কর।

৩। $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{25} = 1$ অধিবৃত্তটির উৎকেন্দ্রিকতা, কেন্দ্র, উপকেন্দ্র,
উপকেন্দ্রিক কেন্দ্রস্থের দৈর্ঘ্য এবং উপকেন্দ্রিক কেন্দ্রস্থের নির্গম্যকরণ।

৪। একটিউপবৃত্তেরসমীকরণনির্ণয়করযাইউপকেন্দ্রেরস্থানাংক $(3,4)$ দিকাক্ষের সমীকরণ $x + y - 2 = 0$ এবং বিকেন্দ্রিকতা $\frac{1}{3}$, উপবৃত্তটিউপকেন্দ্রিকলম্বেরদৈর্ঘ্যনির্ণয়কর।

৫। নিম্নেরসমীকরণগুলোকে নির্ধারনের কথিতা নির্ণয় কর:

$$(i) 3x^2 - 4y^2 + 12x + 8y - 4 = 0$$

$$(ii) 5x^2 + 5y^2 + 2xy + 10x - 22y + 39 = 0$$

$$(iii) \ x^2 + y^2 - 2x - 4y - 20 = 0$$

পাঠ পরিচিতি

বিষয়: ম্যাথমেটিক্স-৩

কোড: ২৫৯৩১

অধ্যায়: ১১

পাঠ: প্রথম ক্রম ও প্রথম মাত্রার অন্তরক সমীকরণ

সময়: ৪৫ মিনিট

এই পাঠ শেষে . . .

- ১। অন্তরক সমীকরণ জানতে পারবে।
- ২। অন্তরক সমীকরণের ক্রম জানতে পারবে।
- ৩। অন্তরক সমীকরণের মাত্রা জানতে পারবে।

আলোচনা

অন্তরক সমীকরণঃ যে সকল সমীকরণে এক বা একাধিক অন্তরক সহগ বা অন্তরক সংযুক্ত থাকে , সেই সকল সমীকরণকে অন্তরক সমীকরণ বলে।

যেমন: $\frac{dy}{dx} = x^2$

অন্তরক সমীকরণের ক্রমঃ কোনো অন্তরক সমীকরণের সর্বোচ্চ অন্তরককে, অন্তরক সমীকরণের ক্রম বলে।

অন্তরক সমীকরণের মাত্রাঃ কোনো অন্তরক সমীকরণের সর্বোচ্চ ক্রমের অন্তরক সহগের ঘাতকে, অন্তরক সমীকরণের মাত্রা বলে।

যেমন: $(\frac{d^3y}{dx^3})^2 + 3x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x^3(\frac{dy}{dx})^4 + y = 0$ এই সমীকরণের ক্রম 3 এবং মাত্রা 2

সমস্যা সমাধান

সমস্যা-১: সমাধান করঃ $\log\left(\frac{dy}{dx}\right) = ax + by$

সমাধান :

$$\log\left(\frac{dy}{dx}\right) = ax + by$$

$$or, \frac{dy}{dx} = e^{ax+by}$$

$$or, \frac{dy}{dx} = e^{ax} \cdot e^{by}$$

$$or, e^{ax} dx = e^{-by} dy$$

$$or, e^{ax} dx - e^{-by} dy = 0$$

$$or, \int e^{ax} dx - \int e^{-by} dy = 0$$

$$or, \frac{e^{ax}}{a} + \frac{e^{-by}}{b} + C = 0$$

$$\therefore b e^{ax} + a e^{-by} + A = 0$$

সমস্যা-২ : সমাধান করঃ $xdx + ydy = 0$

সমাধান :

$$xdx + ydy = 0$$

$$or, \int xdx + \int ydy = 0$$

$$or, \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} = c_1$$

$$or, x^2 + y^2 = c$$

সমস্যা- ৩: $5\frac{d^3y}{dx^3} - 2\frac{d^2y}{dx^2} + (\frac{dy}{dx})^2 + y = 0$ এর ক্রম ও মাত্রা কত?

সমাধান : ক্রম = ৩ ও মাত্রা= 1

সমস্যা- ৪: $\frac{d^3y}{dx^3} + 3(\frac{dy}{dx})^4 + y = 0$ এর ক্রম ও মাত্রা কত?

সমাধান : ক্রম = 3 ও মাত্রা= 1

সমস্যা- ৫:

$$\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + \sin\left(\frac{dy}{dx}\right) + 1 = 0 \quad \text{এর ক্রম ও মাত্রা কত?}$$

সমাধান :

$$\text{ক্রম} = 2 \text{ ও } \text{মাত্রা} = 3$$

সমস্যা- 8: সমাধান করঃ $\sin^{-1}\left(\frac{dy}{dx}\right) = x + y$

সমাধান :

$$\sin^{-1}\left(\frac{dy}{dx}\right) = x + y$$

$$or, \frac{dy}{dx} = \sin(x + y)$$

$$or, \frac{dv}{dx} - 1 = \sin v$$

$$or, \frac{dv}{dx} = 1 + \sin v$$

$$or, \frac{dv}{1 + \sin v} = dx$$

$$or, \frac{(1 - \sin v)dv}{(1 + \sin v)(1 - \sin v)} = dx$$

$$Let, v = x + y$$

$$or, \frac{dv}{dx} = 1 + \frac{dy}{dx}$$

$$or, \frac{dy}{dx} = \frac{dv}{dx} - 1$$

$$or, \frac{(1 - \sin v)dv}{1 - \sin^2 v} = dx$$

$$or, \frac{(1 - \sin v)dv}{\cos^2 v} = dx$$

$$or, \left(\frac{1}{\cos^2 v} - \frac{\sin v}{\cos^2 v} \right) dv = dx$$

$$or, \int (\sec^2 v - \tan v \cdot \sec v) dv = \int dx$$

$$or, \tan v - \sec v = x + c$$

$$or, \tan(x + y) - \sec(x + y) = x + c$$

দলীয় কাজ

সমাধান করঃ

$$1. ydx - xdy = 0$$

$$2. (x+1)dx - ydy = 0$$

$$3. \tan x dy = \cot y dx$$

$$4. (x-y)^2 \frac{dy}{dx} = a^2$$



একক কাজ

সমাধান করঃ

$$1. d\left(\frac{y}{x}\right) = 0$$

$$2. (x+y)dy + (x-y)dx = 0$$

$$3. (x+y)^2 \frac{dy}{dx} = a^2$$



বাড়ির কাজ

সমাধান করঃ

$$1. \frac{dy}{dx} + \sqrt{\frac{1-y^2}{1-x^2}} = 0$$

$$2. xdx + ydy + \frac{x dy - y dx}{x^2 + y^2} = 0$$

$$3. \frac{dy}{dx} + 1 = e^{x+y}$$

$$4. \frac{dy}{dx} = \frac{x(1+y^2)}{y(1+x^2)}$$

পাঠ পরিচিতি

বিষয়: ম্যাথমেটিক্স-৩

কোড: ২৫৯৩১

অধ্যায়: ১২

পাঠ: প্রথম ক্রম ও প্রথম মাত্রার সমমাত্রিক অন্তরক
সমীকরণ

সময়: ৪৫মিনিট

এই পাঠ শেষে . . .

- ১। সমমাত্রিক ফাংশনের সংজ্ঞা জানতে পারবে।
- ২। সমমাত্রিক অন্তরক সমীকরণের সংজ্ঞা জানতে পারবে।
- ৩। সমমাত্রিক অন্তরক সমীকরণের সাধারণ রূপ জানতে
পারবে।
- ৪। সমমাত্রিক অন্তরক সমীকরণের সামাধান জানতে পারবে।

সমমাত্রিক সমীকরণ

সমমাত্রিক ফাংশন: যদি কোন ফাংশনের প্রতি পদে চলকের ঘাত যোগফল সমান হয় তবে তাকে সমমাত্রিক ফাংশন বলে।

সমমাত্রিক অন্তরক সমীকরণ (Homogeneous Differential Equation): $M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0$ আকারের অন্তরক সমীকরণের $M(x,y)$ এবং $N(x,y)$ ফাংশনদ্বয় সমমাত্রিক হলে তাকে সমমাত্রিক অন্তরক সমীকরণ বলে।

সমমাত্রিক অন্তরক সমীকরণকে $dy/dx = f(y/x)$ আকারে প্রকাশ করা হয়।
এক্ষেত্রে $y = vx$ প্রতিস্থাপন করতে হয়। যেখানে v একটি নতুন চলক।

এতে সমীকরণটি $v + xdv/dx = f(v)$ আকারে পরিবর্তিত হয় এবং পরে তাকে চলক পৃথকীকরণের সাহায্যে সমাধান করা যায়।

সমস্যা- ১: সমাধান করঃ $(x^2 + y^2) \frac{dy}{dx} = xy$

সমাধান :

$$(x^2 + y^2) \frac{dy}{dx} = xy$$

$$or, \frac{dy}{dx} = \frac{xy}{x^2 + y^2}$$

$$Let, y = vx$$

$$or, \frac{dy}{dx} = v + x \frac{dv}{dx}$$

$$or, v + x \frac{dv}{dx} = \frac{vx^2}{x^2 + v^2 x^2} = \frac{v}{1 + v^2}$$

$$or, x \frac{dv}{dx} = \frac{v}{1 + v^2} - v = \frac{-v^3}{1 + v^2}$$

$$or, \frac{dx}{x} = -\frac{1 + v^2}{v^3} dv = \left(-\frac{1}{v^3} - \frac{1}{v}\right) dv$$

$$\int \frac{dx}{x} = -\int v^{-3} dv - \int \frac{dv}{v}$$

$$or, \log x = \frac{1}{2v^2} - \log v - \log c$$

$$or, \frac{1}{2v^2} = \log(cvx)$$

$$or, \frac{x^2}{2y^2} = \log(cy)$$

$$or, cy = e^{\frac{x^2}{2y^2}}$$

দলীয় কাজ

সমাধান করঃ

$$1. y^2 + x^2 \frac{dy}{dx} = xy \frac{dy}{dx}$$

$$2. (x + y)dy + (x - y)dx = 0$$

$$3. 2x + y \frac{dy}{dx} = 3y$$

বাড়ির কাজ

সমাধান করঃ

$$1. \frac{dy}{dx} = \frac{y(x - 2y)}{x(x - 3y)}$$

$$2. xdy - ydx = \sqrt{x^2 + y^2} dx$$

$$3. (x - y)dx = (x + y)dy$$

$$4. \frac{dy}{dx} = \frac{3x - 4y - 2}{x - 4y - 3}$$

$$5. (x + y - 3)dx = (3x - y - 1)dy$$

পাঠ পরিচিতি

বিষয়: ম্যাথমেটিক্স-৩

কোড: ২৫৯৩১

অধ্যায়: ১৩

পাঠ: প্রথম ক্রম ও প্রথম মাত্রার প্রকৃত অন্তরক সমীকরণ

সময়: ৪৫মিনিট

এই পাঠ শেষে . . .

- ১। প্রকৃত অন্তরক সমীকরণ সংজ্ঞা জানতে পারবে।
- ২। প্রকৃত অন্তরক সমীকরণের শর্ত জানতে পারবে।
- ৩। সমাকলনীয় উৎপাদক জানতে পারবে।
- ৪। অপ্রকৃত অন্তরক সমীকরণের শর্ত জানতে পারবে।

- প্রকৃত অন্তরক সমীকরণ : যদি কোনো অন্তরক সমীকরণের মূল সমাধানকে অন্তরীকরণ করে অন্তরক সমীকরণটি পাওয়া যায়, তবে উক্ত অন্তরক সমীকরণটিকে প্রকৃত অন্তরক সমীকরণ বলে।

যেমন: $xdy + ydx = 0$

- প্রকৃত অন্তরক সমীকরণ হওয়ার শর্ত:

$$\text{If, } M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0, \text{then, } \frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$$

- প্রকৃত অন্তরক সমীকরণ হওয়ার শর্ত:

$$\text{If, } M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0, \text{then, } \frac{\partial M}{\partial y} \neq \frac{\partial N}{\partial x}$$

◻ সমাকলনীয় উৎপাদক : যদি কোনো অপ্রকৃত অন্তরক সমীকরণকে যে উৎপাদক দ্বারা গুণ করলে তা প্রকৃত অন্তরক সমীকরণে পরিণত হয়, সেই উৎপাদককে ঐ সমীকরণকে সমাকলনীয় উৎপাদক বলে।

সমস্যা-১: দেখাও যে, $(2xy + 5)dx + (x^2 + 7y + 8)dy = 0$

সমীকরণটি প্রকৃত সমীকরণ।

$$\text{সমাধান: এখানে, } M = 2xy + 5 \quad N = x^2 + 7y + 8$$

$$or, \frac{\partial M}{\partial y} = 2x \quad or, \frac{\partial N}{\partial x} = 2x$$

$$\therefore \frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$$

অতএব, সমীকরণটি প্রকৃত সমীকরণ।

সমস্যা-২: $M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$ একটি সমীকরণটি প্রকৃত
সমীকরণ। ইহার সমাধান কী?

সমাধান: প্রদত্ত সমীকরণটির সমাধান হলো:

$$\int M(x, y)dx + \int N(x_0)dy = c$$

সমস্যা-৩: $\frac{dx + dy}{x + y} = 0$ এর সমাধান নির্ণয় কর।

সমাধান: $\frac{dx + dy}{x + y} = 0$

$$or, d[\log(x + y)] = 0$$

$$Or, \int d[\log(x + y)] = \log c$$

$$Or, \log(x + y) = \log c$$

$$or, x + y = c(Ans.)$$

$$\text{সমস্যা-8: } (x^2 - 4xy - 2y^2)dx + (y^2 - 4xy - 2x^2)dy = 0$$

এর সমাধান নির্ণয় কর।

$$\text{সমাধান: } M = x^2 - 4xy - 2y^2 \quad N = y^2 - 4xy - 2x^2$$

$$or, \frac{\partial M}{\partial y} = -4x - 4y \quad or, \frac{\partial M}{\partial x} = -4y - 4x$$

$$\therefore \frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x} \quad \text{অতএব, সমীকরণটি প্রকৃত সমীকরণ।}$$

$$\int M(x, y)dx + \int N(x_0)dy = c_1$$

$$or, \int (x^2 - 4xy - 2y^2)dx + \int y^2 dy = c_1$$

$$or, \frac{x^3}{3} - 2x^2y - 2xy^2 + \frac{y^3}{3} = c_1$$

$$or, x^3 = 6x^2y - 6xy^2 + y^3 = c(Ans.)$$

দলীয় কাজ

$$1. xy - (x^2 + y^2)dy = 0$$

$$2. (2x + 3y - 5)dy + (3x + 2y - 5)dx = 0$$

$$3. (2x + 3y + 4)dx + (3x + 4y + 5)dy = 0$$

$$4. xdx + ydy + \frac{xdy + ydx}{x^2 + y^2} = 0$$

বাড়ির কাজ

সমাধান কর:

$$1. (x^2 - ay)dx + (y^2 - ax)dy = 0$$

$$2. (4x + 3y + 1)dx + (3x + 2y + 1)dy = 0$$

$$3. (2x - y + 1)dx + (2y - x + 1)dy = 0$$

$$4. (x + y)(dx - dy) = dx + dy$$

$$5. xdy - ydx = \sqrt{x^2 + y^2} dx$$

পাঠ পরিচিতি

বিষয়: ম্যাথমেটিক্স-৩

কোড: ২৫৯৩১

অধ্যায়: ১৪

পাঠ: প্রথম ক্রম ও প্রথম মাত্রার রৈখিক অন্তরক সমীকরণ

সময়: ৪৫মিনিট

এই পাঠ শেষে . . .

- ১। রৈখিক অন্তরক সমীকরণের সংজ্ঞা জানতে পারবে।
- ২। রৈখিক অন্তরক সমীকরণের সমাকলীয় উৎপাদক জানতে পারবে।
- ৩। বার্ণোলীর সমীকরণ জানতে পারবে।
- ৪। রৈখিক অন্তরক সমীকরণের সামাধান জানতে পারবে।

- রেখিক সমীকরণ: $\frac{dy}{dx} + py = Q$ এ আকারের অন্তরক সমীকরণকে
রেখিক অন্তরক সমীকরণ বলে। যেখানে P ও Q কেবল x-এর ফাংশন বা ধ্রুক।

- রেখিক অন্তরক সমীকরণের সমাকলীয় উৎপাদক: $I.F = e^{\int pdx}$

- বার্গোলীর সমীকরণ : যদি P ও Q কেবল x-এর ফাংশন বা ধ্রুক হয়
তবে $\frac{dy}{dx} + py = Qy^n, n \neq 1$ এ আকারের অন্তরক
সমীকরণকে বার্গোলীর সমীকরণ বলে।

সমস্যা-8: $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = x^2$ এর সমাকলীয় উৎপাদক কত?

সমাধান: সমাকলীয় উৎপাদক,

$$I.F = e^{\int pdx}$$

$$= e^{\int \frac{1}{x} dx}$$

$$= e^{\log x}$$

$$= x(Ans.)$$

$$\text{সমস্যা-8: } \frac{dy}{dx} + \frac{y}{1+x^2} = \frac{\tan^{-1} x}{1+x^2}$$

এর সমাকলীয় উৎপাদক কত?

সমাধান: সমাকলীয় উৎপাদক,

$$\begin{aligned} I.F &= e^{\int pdx} \\ &= e^{\int \frac{1}{1+x^2} dx} \\ &= e^{tam^{-1}x} (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

সমস্যা-৫: সমাধান কর: $(1 + x^2) \frac{dy}{dx} + y = \tan^{-1} x$

সমাধান:

$$(1 + x^2) \frac{dy}{dx} + y = \tan^{-1} x$$

$$or, \frac{dy}{dx} + \frac{y}{1 + x^2} = \frac{\tan^{-1} x}{1 + x^2}$$

$$I.F = e^{\int \frac{1}{1+x^2} dx} = e^{\tan^{-1} x}$$

$$e^{\tan^{-1} x} \frac{dy}{dx} + \frac{ye^{\tan^{-1} x}}{1+x^2} = \frac{\tan^{-1} x}{1+x^2} \cdot e^{\tan^{-1} x}$$

$$or, \frac{d}{dx}(ye^{\tan^{-1} x}) = \tan^{-1} x \cdot \frac{e^{\tan^{-1} x}}{1+x^2}$$

$$or. \int d(ye^{\tan^{-1} x}) = \int \tan^{-1} x \cdot \frac{e^{\tan^{-1} x}}{1+x^2} dx$$

$$Or, ye^{\tan^{-1} x} = \int ze^z dz$$

Let, $z = \tan^{-1} x$

$$or, \frac{dz}{dx} = \frac{1}{1+x^2}$$

$$or, ye^{\tan^{-1} x} = ze^z - e^z + c$$

$$or, ye^{\tan^{-1} x} = (z-1)e^z + c$$

$$or, ye^{\tan^{-1} x} = (\tan^{-1} x - 1)e^{\tan^{-1} x} + c \text{ (Ans.)}$$

বাড়ির কাজ

$$1. \frac{dy}{dx} + 2xy = x$$

$$2. \frac{dy}{dx} + y = x$$

$$3. (x + y + 1) \frac{dy}{dx} = 1$$

$$4. \frac{dy}{dx} + y = e^{-x}$$

$$5. \frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = y^2$$

পাঠ পরিচিতি

বিষয়: ম্যাথমেটিক্স-৩

কোড: ২৫৯৩১

অধ্যায়: ১৫

পাঠ: ল্যাপলাসের রুপান্তর

সময়: ৪৫মিনিট

এই পাঠ শেষে . . .

- ১। ল্যাপলাস রুপান্তরের সংজ্ঞা জানতে পারবে।
- ২। বিপরীত ল্যাপলাস রুপান্তরের সংজ্ঞা জানতে পারবে।
- ৩। ল্যাপলাস রুপান্তর সম্পর্কিত সমস্যার সামাধান করতে পারবে।

ল্যাপলাস রুপান্তর: মনেকরি $f(t)$ ফাংশনটি t এর সকল মানের জন্য সংজ্ঞায়িত। তবে $f(t)$ এর ল্যাপলাস রুপান্তরকে $L\{f(t)\}$ অথবা $F(s)$ প্রতীক দ্বারা প্রকাশ করা হয় এবং নিম্নরূপেন সংজ্ঞায়িত করা হয়।

$$L\{f(t)\} = F(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt$$

যা s এর একটি ফাংশন যেখানে s বাস্তব অথবা জটিল। প্রতীক “ L ” কে ল্যাপলাস রুপান্তর এর কার্যকারক বলে।

$f(t), g(t), h(t), x(t)$ এর ল্যাপলাস রুপান্তরকে যথাক্রমে দ্বারা $F(s), G(s), H(s), X(s)$ প্রকাশ করা হয়।

ল্যাপলাস রুপান্তরের প্রয়োজনীয় সূত্রাবলি

$f(t)$	$F(s) = L\{f(t)\}$
$f(t) = 1$	$F(s) = \frac{1}{s}$
$f(t) = t$	$F(s) = \frac{1}{s^2}$
$f(t) = t^n$	$F(s) = \frac{n!}{s^{n+1}}$
$f(t) = e^{at}$	$F(s) = \frac{1}{s - a}$
$f(t) = e^{-at}$	$F(s) = \frac{1}{s + a}$
$f(t) = t^n e^{at}$	$F(s) = \frac{n!}{(s - a)^{n+1}}$
$f(t) = \sin at$	$F(s) = \frac{a}{s^2 + a^2}$
$f(t) = \cos at$	$F(s) = \frac{s}{s^2 + a^2}$

$f(t)$	$F(s) = L\{f(t)\}$
$f(t) = \sinh at$	$F(s) = \frac{a}{s^2 - a^2}$
$f(t) = \cosh at$	$F(s) = \frac{s}{s^2 - a^2}$
$f(t) = e^{at} \sin bt$	$F(s) = \frac{b}{(s-a)^2 + b^2}$
$f(t) = e^{at} \cos bt$	$F(s) = \frac{s-a}{(s-a)^2 + b^2}$
$f(t) = e^{at} \sinh bt$	$F(s) = \frac{b}{(s-a)^2 - b^2}$
$f(t) = e^{at} \cosh bt$	$F(s) = \frac{s-a}{(s-a)^2 - b^2}$

বিপরীত ল্যাপলাস রুপান্তর : মনেকরি $f(t)$ ফাংশনটির ল্যাপলাস রুপান্তর $F(s)$ হয় অর্থাৎ যদি $L\{f(t)\} = F(s)$ হয় তবে কে এর বিপরীত ল্যাপলাস রুপান্তর বলে। যাকে নিম্নলিখিতভাবে প্রকাশ করা হয় $f(t) = L^{-1}\{F(s)\}$

প্রতীক L^{-1} কে বিপরীত ল্যাপলাস রুপান্তরের কার্যকারক বলে।

বিপরীত ল্যাপলাস রুপান্তরের প্রয়োজনীয় সূত্রাবলি

$$1. \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{s} \right\} = 1$$

$$2. \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{s-a} \right\} = e^{at}$$

$$3. \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{s^n} \right\} = \frac{t^{n-1}}{(n-1)!}; \quad n = 1, 2, 3, .$$

$$4. \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{(s-a)^n} \right\} = \frac{e^{at} t^{n-1}}{(n-1)!}$$

$$5. \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{s^2 + b^2} \right\} = \frac{1}{b} \sin bt$$

$$6. \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{s}{s^2 + b^2} \right\} = \cos bt$$

$$7. \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{s^2 - a^2} \right\} = \frac{1}{a} \sinh at$$

$$8. \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{s}{s^2 - a^2} \right\} = \cosh at$$

$$9. \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{(s-a)^2 + b^2} \right\} = \frac{1}{b} e^{at} \sin bt$$

$$10. \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{s-a}{(s-a)^2 + b^2} \right\} = e^{at} \cos bt$$

(১) সমস্যা সমাধান

(i) $L(1)$ কে ল্যাপলাসে রূপান্তর কর।

সমাধান: আমরা জানি ,

$$L\{f(t)\} = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt$$

$$\therefore L(1) = \int_0^{\infty} 1 \cdot e^{-st} dt = \left[\frac{e^{-st}}{-s} \right]_0^{\infty}$$

$$= -\frac{1}{s} [e^{-\infty} - e^0] = -\frac{1}{s} [0 - 1] = \frac{1}{s}$$

(ii) $L(t)$ কে ল্যাপলাসে রূপান্তর কর।

সমাধান: আমরা জানি,

$$L\{f(t)\} = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt$$

$$\therefore L(t) = \int_0^{\infty} t \cdot e^{-st} dt = [t \cdot \frac{e^{-st}}{-s}]_0^{\infty} + \frac{1}{s} \int_0^{\infty} 1 \cdot e^{-st} dt$$

$$= 0 + \frac{1}{s} [\frac{e^{-st}}{-s}]_0^{\infty} = -\frac{1}{s^2} [e^{-\infty} - e^0]$$

$$= -\frac{1}{s^2} [0 - 1] = \frac{1}{s^2} (Ans.)$$

(iii) $L(e^{at})$ কে ল্যাপলাসে রূপান্তর কর।

সমাধান: আমরা জানি,

$$L\{f(t)\} = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt$$

$$\therefore L(e^{at}) = \int_0^{\infty} e^{at} \cdot e^{-st} dt = \int_0^{\infty} e^{-(s-a)t} dt = \left[\frac{e^{-(s-a)t}}{-(s-a)} \right]_0^{\infty}$$

$$= -\frac{1}{(s-a)} [e^{-\infty} - e^0] = -\frac{1}{(s-a)} [0 - 1] = \frac{1}{s-a} \quad (\text{Ans.})$$

(iv) $L(\sin at)$ কে ল্যাপলাসে রূপান্তর কর।

সমাধান: আমরা জানি,

$$\sin at = \frac{1}{2i} (e^{iat} - e^{-iat})$$

$$L(\sin at) = \frac{1}{2i} \{ L(e^{iat}) - L(e^{-iat}) \}$$

$$= \frac{1}{2i} \left\{ \frac{1}{s - ia} - \frac{1}{s + iat} \right\}$$

$$= \frac{1}{2i} \left\{ \frac{s + ia - s - ia}{(s - ia)(s + iat)} \right\} = \frac{1}{2i} \times \frac{2ia}{s^2 - i^2 a^2} = \frac{a}{s^2 + a^2} \quad (\text{Ans.})$$

(v) $L(t^3 - 3t^2 + 2t)$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান: দেওয়া আছে,

$$\begin{aligned} & L(t^3 - 3t^2 + 2t) \\ &= L(t^3) - 3L(t^2) + 2L(t) \\ &= \frac{3!}{s^{3+1}} - 3\frac{2!}{s^{2+1}} + 2\frac{1}{s^2} \\ &= \frac{6}{s^4} - \frac{6}{s^3} + \frac{2}{s^2} \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

(vi) $L(\cos^2 3t)$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান: দেওয়া আছে,

$$L(\cos^2 3t)$$

$$= \frac{1}{2} L(2\cos^2 3t) = \frac{1}{2} L(1 + \cos 6t) = \frac{1}{2} \{L(1) + L(\cos 6t)\}$$

$$= \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{s} + \frac{s}{s^2 + 6^2} \right\} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{s} + \frac{s}{s^2 + 36} \right\} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{s^2 + 36 + s^2}{s(s^2 + 36)} \right\}$$

$$= \frac{s^2 + 18}{s(s^2 + 36)} \quad (\text{Ans.})$$

২। নিম্নলিখিত ফাংশনগুলোকে ল্যাপলাসে রূপান্তর নির্ণয় কর।

(a) $f(t) = 6e^{-5t} + e^{3t} + 5t^3 - 9$

(b) $g(t) = 4 \cos(4t) - 9 \sin(4t) + 2 \cos(10t)$

(c) $h(t) = 3 \sinh(2t) + 3 \sin(2t)$

সমাধান:

(a) $f(t) = 6e^{-5t} + e^{3t} + 5t^3 - 9$

$$L\{f(t)\} = 6L(e^{-5t}) + L(e^{3t}) + 5L(t^3) - 9L(1)$$

$$\begin{aligned}F(s) &= 6 \frac{1}{s - (-5)} + \frac{1}{s - 3} + 5 \frac{3!}{s^{3+1}} - 9 \frac{1}{s} \\&= \frac{6}{s + 5} + \frac{1}{s - 3} + \frac{30}{s^4} - \frac{9}{s}\end{aligned}$$

$$\text{(b)} \ g(t) = 4 \cos(4t) - 9 \sin(4t) + 2 \cos(10t)$$

$$L\{g(t)\} = 4L(\cos 4t) - 9L(\sin 4t) + 2L(\cos 10t)$$

$$\begin{aligned} G(s) &= 4 \frac{s}{s^2 + (4)^2} - 9 \frac{4}{s^2 + (4)^2} + 2 \frac{s}{s^2 + (10)^2} \\ &= \frac{4s}{s^2 + 16} - \frac{36}{s^2 + 16} + \frac{2s}{s^2 + 100} \end{aligned}$$

$$\text{(c)} \ h(t) = 3 \sinh(2t) + 3 \sin(2t)$$

$$L\{h(t)\} = 3L(\sinh 2t) + 3L(\sin 2t)$$

$$\begin{aligned} H(s) &= 3 \frac{2}{s^2 - (2)^2} + 3 \frac{2}{s^2 + (2)^2} \\ &= \frac{6}{s^2 - 4} + \frac{6}{s^2 + 4} \end{aligned}$$

(৩) সমস্যা সমাধান

$$L^{-1}\left[\frac{s-3}{s^2+4s+13}\right] \text{ এর মান নির্ণয় কর।}$$

সমাধান: দেওয়া আছে,

$$\begin{aligned} L^{-1}\left[\frac{s-3}{s^2+4s+13}\right] &= L^{-1}\left[\frac{(s+2)-5}{(s+2)^2+9}\right] \\ &= L^{-1}\left[\frac{s+2}{(s+2)^2+3^2} - \frac{5}{3} L^{-1}\left[\frac{3}{(s+2)^2+3^2}\right]\right] \\ &= e^{-2t} L^{-1}\left[\frac{s}{s^2+3^2}\right] - \frac{5}{3} e^{-2t} L^{-1}\left[\frac{3}{s^2+3^2}\right] \\ &= e^{-2t} \cos 3t - \frac{5}{3} e^{-2t} \sin 3t \\ &= \frac{1}{3} e^{-2t} (3 \cos 3t - 5 \sin 3t) \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

(৩) সমস্যা সমাধান $\frac{dy}{dt} - y = e^{at}$, when, $y = -1, t = 0$

সমাধান:

$$Let, y = f(t)$$

$$\frac{dy}{dx} = f'(t)$$

$$L(y) = L\{f(t)\} = F(s)$$

$$\frac{dy}{dt} - y = e^{at}$$

$$or, f'(t) - f(t) = e^{at}$$

$$or, L\{f'(t)\} - L\{f(t)\} = L(e^{at})$$

$$or, sF(s) - f(0) - F(s) = \frac{1}{s-a}$$

$$or, (s-1)F(s) = \frac{1}{s-a} + f(0)$$

$$or, (s-1)F(s) = \frac{1}{s-a} - 1$$

$$or, F(s) = \frac{1}{(s-1)(s-a)} - \frac{1}{s-1}$$

$$or, L(y) = \frac{1}{a-1} \left[\frac{1}{s-a} - \frac{1}{s-1} \right] - \frac{1}{s-1}$$

$$or, y = \frac{1}{a-1} \left[L^{-1}\left(\frac{1}{s-a}\right) - L^{-1}\left(\frac{1}{s-1}\right) \right] - L^{-1}\left(\frac{1}{s-1}\right)$$

$$or, y = \frac{1}{a-1} (e^{at} - e^t) - e^t$$

$$or, y = \frac{1}{a-1} [e^{at} - e^t - ae^t + e^t]$$

$$or, y = \frac{1}{a-1} [e^{at} - ae^t]$$

দলীয় কাজ

১। নিম্নলিখিত ফাংশনগুলোকে ল্যাপলাসে রূপান্তর নির্ণয় কর।

$$(i) e^{3t} + 3t^3 - 4 \cos 3t + \sin 4t$$

$$(ii) \sin^2 2t$$

$$(iii) \cos 2t \cos t$$

২। ল্যাপলাস রূপান্তরের সাহায্যে অন্তরক সমীকরণ সমাধান নির্ণয় কর।

$$y'' - 3y' + 2y = 4e^{2t}, \text{ when, } y(0) = -3, y'(0) = 5$$

একক কাজ

১। নিম্নলিখিত ফাংশনগুলোকে ল্যাপলাসে রূপান্তর নির্ণয় কর।

(a) $f(t) = t \cosh(3t)$

(b) $h(t) = t^2 \sin(2t)$

(c) $g(t) = t^{\frac{3}{2}}$

২। নিম্নলিখিত ফাংশনগুলোকে বিপরীত ল্যাপলাসে রূপান্তর নির্ণয় কর।

(i) $\frac{8}{s^2 - 6s + 25}$

(ii) $\frac{6s - 4}{s^2 - 4s + 20}$

(iii) $\frac{s}{(s + 2)^2}$

৩। ল্যাপলাস রূপান্তরের সাহায্যে অন্তরক সমীকরণ সমাধান নির্ণয় কর।

$$y'' - 3y' + 2y = 4$$

বাড়ির কাজ

১।

(i) $L(4\cos^3 3t)$ এর মান নির্ণয় কর।

(ii) $L^{-1}\left[\frac{1}{(s+2)^4}\right]$ এর মান নির্ণয় কর।

(iii) $L^{-1}\left[\frac{s}{(s+3)^2 + 4}\right]$ এর মান নির্ণয় কর।

২। ল্যাপলাস রুপান্তরের সাহায্যে নিম্নলিখিত অন্তরক সমীকরণ সমাধান নির্ণয় কর।

(i) $\frac{dy}{dt} - y = e^{at}$, when, $y = -1, t = 0$

(ii) $y'' + y = t$, when, $y(0) = 1, y'(0) = -2$

৩। নিম্নলিখিত ফাংশনগুলোকে বিপরীত ল্যাপলাসে রূপান্তর নির্ণয় কর।

(a) $F(s) = \frac{6s - 5}{s^2 + 7}$

(b) $F(s) = \frac{1 - 3s}{s^2 + 8s + 21}$

(c) $G(s) = \frac{3s - 2}{2s^2 - 6s - 2}$

(d) $H(s) = \frac{s + 7}{s^2 - 3s - 10}$

সবাইকে ধন্যবাদ